

直観的な理解を目的とした 慣性モーメント演示実験教材の開発

保前友高*, 福島鴻生*

Development of demonstration device
for intuitive understanding of moment of inertia

HOMAE Tomotaka*,
FUKUSHIMA Kosei*

The 2nd year students in department of maritime technology learn the idea of the moment of inertia. As plenty of rotating mechanical elements are installed on large vessels, the idea is important for the maritime students. On the contrary, they cannot readily obtain the concrete image of the moment of inertia. The authors have developed a demonstration device for intuitive understanding of moment of inertia. In this short report, the purpose, design, and usage procedure of the device are described. The authors have performed a trial demonstration in a class. The results of the answers for the questionnaire by the participants are also discussed.

キーワード: 慣性モーメント, 角運動方程式, 角加速度, 演示実験, 教材開発

1. 緒言

慣性モーメントは、一言でいうと、回転する物体の回転しにくさを示す量と言える。富山高等専門学校商船学科では、2年次の航海力学(航海コース)/力学(機関コース)で学習する内容である(カリキュラム改訂により令和3年度新入生より、所属するコースによらず2年次の船舶基礎力学で学習予定)。慣性モーメントは、並進運動においては、動きにくさを示す質量が対応する。この質量は、地球上では重量と直接的に関係があるため、日常生活において実感しやすい量である。一方、慣性モーメントは、直観的な理解が容易ではない。回転する機械要素が満載されている船舶を主なターゲットとしている商船学科学生にとっては、非常に大切な量であるにもかかわらず、実感を伴った知識として定着しているとは言いがたいのが現状である。

このような現状認識のもと、これまで教科書⁽¹⁾とホワイトボードを用いた説明のみで講義を進めてきたことを見直すこととした。学生の理解を深めるため、直観的に理解できる演示実験教材(以下、本教材という)を開

発し、本教材を活用した授業展開を試みた。本稿では、この成果について報告する。

なお、本稿は福島が5年次の卒業研究として取り組んだ成果を指導教員であった保前がまとめたものである。

2. 開発した演示実験教材の概要

2.1 開発の背景

慣性モーメント I は、前述したように回転する物体の回転しにくさを示す量であり、物体に回転のトルク(力のモーメント) M を加えた際に生じる回転の角加速度 α は、以下の(1)式(角運動方程式)で表される。

$$M = I\alpha \quad (1)$$

この慣性モーメント I は、具体的には回転中心から r の位置にある質量 dm の微小要素を考え、剛体 V 全体について積分する以下の(2)式で求められる。

$$I = \int_V r^2 dm \quad (2)$$

*商船学科

ただし、2年生の学生を対象とした授業においては、積分に不慣れな学生も含まれるため、単純な形状の物体について、天降り式に慣性モーメントの式を紹介している。授業では、この式を活用して回転に関する問題を解くことを目標としている。例えば、最も頻繁に使用される円板については、以下の(3)式で慣性モーメント I を求められることを紹介している。

$$I = \frac{mr^2}{2} \quad (3)$$

この式では、円板の質量を m 、円板の半径を r で表している。授業では、この式を用いて「円板の回転しにくさは、質量 m のみではなく、円板の大きさ(半径) r にも依存する」ことを説明してきているが、この説明だけでは想像・実感しにくいことは否めない。

2.2 本教材の設計

そこで、実際に慣性モーメントが異なる円板を回転させて見せる演示実験を授業に取り入れることとし、本教材の開発を行った。

開発した本教材の外観を図1に示す。教員が1名で授業を行う教室まで容易に運搬できる大きさ、かつ、教室で40名程度から見る事ができる大きさとした。

本教材は、質量は同じで慣性モーメントが異なる3種類の円板(表1参照)を用意し、円板と同軸上にある糸巻き部分に巻き付けた糸を介しておもりの落下により同じ大きさのトルクを円板に加えて回転させる構造とした。おもりの質量 m_2 は 0.100 kg とした。

図1に示したように、回転を数える際の目安とするために、円板上に白い印をつけた。アクリル製の保持部分の高さは 350 mm とし、後述するおもりの2秒間の落下が十分に行える高さとした。幅は安定性を考慮し 300 mm とした。また、図2に示したように円板の回転を支える部分は、真鍮を削り出して一体物として製作し、回転部分の保持(おもりの落下高さを確保)部は 10 mm 厚の透明アクリル板を用いて構成した。糸を巻き付ける部分の半径 r_2 は 10.0 mm、幅は 30.0 mm とした。その他の部分は直径 6.0 mm とした。軸はベアリングで保持(写真の灰色部分の内部、ミスミ BGHFA-

C606ZZ-33)し、回転の抵抗による影響を減らした。円板取り付け部は M6 のねじを切り、蝶ナットで固定することにより円板の脱着を容易にできるようにした。アクリル保持部の奥行きは 100 mm としたが、結果的には、やや安定性に欠ける形状となった。



図1 本教材の外観写真(円板3を装着)



図2 回転部分の詳細写真

表 1 3種類の円板の大きさ(実測)と慣性モーメント

	質量 m_1 [kg]	半径 r_1 [mm]	慣性モーメント I_1 [kg·m ²] [*]	厚さ [mm]
円板1	0.98	40.0	7.84×10^{-4}	2.5
円板2	1.01	50.0	1.26×10^{-3}	1.6
円板3	0.99	60.0	1.78×10^{-3}	1.1

※この表の慣性モーメント I_1 は式(3)に半径と質量の実測値である m_1 と r_1 を代入して求めたものである。

2.3 本教材の使用法

本教材は2段階の演示実験で使用することを想定しており、具体的な手順は以下の通りである。

< I 慣性モーメントの直観的な理解 >

- ①教員が実験装置に円板を装着する。
- ②教員がおもりを吊した糸を糸巻きに巻いて落とす。
- ③教員が落としたタイミングからストップウォッチで2秒間を計測し、円板の回転を手で止める。
- ④学生全員が、円板に表示されたポイントの2秒間での回転数を目視で計測して記録する。小数第1位まで記録させる。
- ⑤3種類の円板について同様の実験を行う。
- ⑥円板の理論的な回転数は、それぞれ1.5倍程度の差があるため、ここまでの結果から視覚的・直観的に各円板の慣性モーメントの違いを実感することができる。

< II 角運動方程式との関連の理解 >

⑦上述した④の結果(計測した円板の回転数) N を以下の(4)式に代入し、角変位量 θ に変換する。

$$\theta = 2\pi N \text{ [rad]} \quad (4)$$

⑧角変位量を以下の(5)式に代入し角加速度 α [rad/s²]を求める。ここで、 t [s]は回転させた時間(2秒間)である。

$$\alpha = \frac{2\theta}{t^2} \text{ [rad/s}^2\text{]} \quad (5)$$

⑨以下の(6)式より、おもりの落下により円板に与えた

トルク M [N m]を求める。ここで、 r_2 [m]は、糸を巻く部分の半径、 m_2 [m]はおもりの質量、 g [m/s²]は重力加速度(有効数字3桁として、9.81 m/s²)である。

$$M = m_2 g r_2 \text{ [N m]} \quad (6)$$

⑩角運動方程式((1)式), (5)式, (6)式で求めた角加速度とトルクから慣性モーメントの計測値 I_2 を求める。

$$I_2 = \frac{M}{\alpha} \text{ [kg m}^2\text{]} \quad (7)$$

⑪理論的な慣性モーメントの式((3)式)に実測した円板の半径 r_1 、質量 m_1 を代入して、慣性モーメントの理論式((3)式)から求められる値 I_1 を求める。授業では、学生代表にノギス等を用いて実測させる。

$$I_1 = \frac{m_1 r_1^2}{2} \text{ [kg m}^2\text{]} \quad (8)$$

⑫このようにして求めた I_1 と I_2 を比較し、慣性モーメントの力学上の取り扱いと、得られた値の妥当性を実感する。

実際の値の例として、円板3を使用した際に目視で計測された回転数 N が1.7回転だったとして、上述の手順に当てはめて考えると(丸数字は上述手順の番号に対応)、

$$\text{④} \text{ 回転数 } N = 1.7$$

$$\text{⑦} \theta = 2\pi \times 1.7 = 10.7 \text{ rad}$$

$$\text{⑧} \alpha = \frac{2 \times 10.7}{2^2} = 5.35 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{⑨} M = 1.00 \times 10^{-1} \times 1.00 \times 10^{-2} \times 9.81 \\ = 9.81 \times 10^{-3} \text{ N m}$$

$$\text{⑩} I_2 = \frac{9.81 \times 10^{-3}}{5.35} = 1.83 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

$$\text{⑪} I_1 = \frac{9.9 \times 10^{-1} \times (6.0 \times 10^{-2})^2}{2} = 1.78 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

⑫本来、有効数字2桁程度の大まかな計測であることを考えると、両者が一致することから、これらの取り扱いが妥当であることを実感できる。

3. 開発した教材の試用

3.1 教材試用の目的と概要

本研究では、開発した教材を実際に授業で試用し、教材を使用した授業の効果の確認、および改善点の洗い出しを行った。

富山高等専門学校商船学科機関コース 2 年生の 20 名を対象として、2020 年 1 月 28 日 3,4 限のうち 40 分間を使用して本教材を使用した授業を行った。対象とした学生は、すでに慣性モーメントを、ホワイトボードを用いた説明で学習済みであった。授業は、指導教員の保前の指導の下、卒業研究を行っていた福島が担当した。対象学生に課題用紙とアンケート用紙(それぞれ A4 判 1 枚)を配布し、授業終了時に回収することで対象学生の慣性モーメントについての理解度を評価し、教材の効果を確認した。また、アンケートを参考として、改善点の洗い出しを行った。

3.2 課題の内容と結果

この授業で学生に配布した課題は、以下の項目について書き込み式で解答を求めるものであった。

- ①円板 1, 円板 2, 円板 3 の質量(m_i), 半径(r_i)を計測した結果を記録し、慣性モーメントの計算値(I_1)を求める。本稿の表 1 を書き込んで完成させるものである。
- ②装置のおもりの質量と糸巻き部の半径を計測した結果を記録する。
- ③円板 1, 円板 2, 円板 3 の実験結果(2.3 節④の実験)を記録する。
- ④②と③の結果から、3 種類の円板の慣性モーメントの実測値(I_2)を求める。
- ⑤それぞれの円板について、求めた I_1 と I_2 は近い値か遠い値となったかを選択的に回答させた。

この課題の正答者数は 20 名中 19 名であった。誤答をした 1 名についても、計算の桁の誤りがあったものであり、途中の計算式は全て正しかった。そのため、本教材を使用した慣性モーメントの計測について、全員が理解できたと考えられる。

また、この課題で学生が求めた慣性モーメントの計測値 I_2 と慣性モーメントの理論値 I_1 を比較した結果を

集計したところ、円板 2 については 80%の学生が、円板 3 については 70%の学生が「近い値であった」と答えた。一方で円板 1 の比較結果については「近い値であった」と答えた学生は 15%のみであった。これは円板 1 の慣性モーメントが小さく、角加速度が大きくなるため、落下開始から停止までの僅かな時間のずれが大きな計測値の差になるためである。この点については 3.4 節で改めて論ずる。

3.3 アンケートの内容と結果

本研究で学生に配布したアンケートは、以下の 4 項目を 5 段階で評価してもらうとともに、自由記述欄を設けたものとした。

- ①実験装置を使用した慣性モーメントの説明は理解できたか。
- ②3 種類の慣性モーメントの差は理解できたか。
- ③3 種類の円板の慣性モーメントの求め方について理解できたか。
- ④実験を通して、慣性モーメントが回転運動にどう影響するか理解できたか。

以下、それぞれの設問に対する回答と自由記述について詳述する。

まず、①の設問は、この教材を使用した授業を受けることで慣性モーメントの理解をすることができたかという本研究の目的に近い設問とした。この設問の回答は、平均すると 4.25 だった。大多数の学生はこの教材を使用した授業で、慣性モーメントについて深く理解できたと結論できる。

②の設問について、本教材は 3 種類の円板の質量は変えずに、半径を変えることにより慣性モーメントを変化させた。これは円板の慣性モーメントを理解する上で、理解の助けとなる並進運動との違いを分かりやすくするためであり、この設問の回答によって、並進運動と回転運動の違いが直感的に理解出来たかを評価することができる。この設問の回答の平均値は 4.55 であった。本教材を使用した授業を受講した学生は、並進運動と回転運動の違いについても理解することができたと考えられる。

③の設問は、実験による実測値である回転数 N から角運動方程式等を用いて、慣性モーメント I_2 を求める

手順が理解できたか、を問うており、本教材の実験方法と理論的な背景の理解の度合いを調査できる。この設問の回答の平均は 4.5 であった。本教材の実験結果を視覚的・直観的に感じるだけではなく、理論的な背景という重要な部分を理解することに困難はないことがわかった。

④の設問は、この演示実験教材開発の最大の目的が達成できたかどうかを調査するためのものである。この設問の回答の平均値は 4.45 点であったことから、受講した学生の評価の上では、目的が達成されたとしてよいであろう。

自由記述について、肯定的な回答のうち、主なものは以下の通りであった。(原文のまま掲載する。)
「式でしか見たことないものを視覚的にとらえられてわかりやすかった。」「文字だけでは理解しづらかったが、実験を通して理解できた。」「数字だけでは分かりにくかったので実際に見られてよかった。」「目で見たものを計算したことで分かりやすかった。」「どのようなことがおこるのか直感的に分かった。」「実験前と実験後で理解度が大きく変わった。」「言葉だけでは理解できなかった部分を実験を通して分かった。」「直感的に理解しやすかった。」「装置がシンプルで分かりやすかった。」「慣性モーメントはわかりにくい範囲だったが少しだけ理解できた。」

以上の回答から、実際の状況を観察し、これをもとに計算することで、慣性モーメントの理解が深まったことは間違いないと言える。

また、否定的な回答は以下の通りであった。「理解はできたが正確な値をとることができないのが残念。」「円板 1 の回転が速くて目で追うのが大変だった。」「実験の円板の回転数を数えることが難しかった。」

これらの回答については、次節で議論する。

3.4 課題・アンケートの結果を受けた改善案

今回の試用により、円板 1 の慣性モーメントが小さすぎたため、角加速度が目視で観察するには大きすぎることがわかった。このことが、課題では、円板 1 の慣性モーメントの値が実測値と計算値で大きく異なったこと、アンケートでは、「目で追うのが大変だった」という回答につながった。

この改善のため、半径 70.0 mm、厚さ 3.8 mm の円板 4(計算上の質量 1.00 kg)を製作することが望ましい。この円板の慣性モーメントは $2.34 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ となり、これに伴い、目視で回転を追うことが容易となる。この円板 4 を円板 1 の代わりに使用することで、学生のフラストレーションに対応することができる。

4. 結言

商船学科の学生にとって大切な学習項目である慣性モーメントは、直観的な理解が難しいことが従来の問題であった。このことに対応するため、演示実験のための教材を開発した。

開発した教材を授業で試用し、学生による課題とアンケートの回答から、十分な効果が得られたことがわかった。

今後は、この教材を活用し、商船学科学生が慣性モーメントを、実感をともなった知識にできる授業展開を行っていく。

5. 参考文献

(1) 福田勝己, 鈴木健司, 工業力学の基礎, コロナ社(2016)