知的興奮を得る講義方法についてのコメント

山田　聖典*

A Method of Teaching for Inducing Intellectual Excitement

Kiyonori YAMADA

Abstract

It is important for students to have intellectual excitement during classes. In this paper I would like to mention a method of teaching in which educational problems can be examined.

1．序　　章

初等教育において学生が積極的に勉強しない理由は何であろうか？　これは教育にたずさわる者の最重要問題である。私は学生が学習する時に何らかの動機付けを与える事がその問題において重要であると考えている。いくら学校側，教員側が学習，勉強させるように工夫しても学生に学ぼうとする意志，意欲がなければ，ざるに水を注ぐようなもので，いつまでも知識の水は満たされることはない。初等教育に関してはある程度学生の興味，関心に関係なく基本知識をたたき込む事が必要であるが，この方法ですべてうまく行くとは到底思えない。教員がまず第一にやらなければならないのは授業内容について学生に興味，関心を持たせる工夫をする事であって，授業内容を学生にたたき込む等の工夫は２次的なものであると考えられる。初等教育で学ぶ内容は，いわば学問の奥行きを知る入り口であり，ここでしっかりとした動機付けを行い，興味，関心を持たせないと学生が能動的に学問の奥行きに進んで行く事が困難になるであろう。

授業に興味，関心を持たせると言っても科目によって状況は異なっている。各科目が興味，関心を持たれるとしたら何が理由であるかを私なりに考えてみた。

国語：母国語という意味での日常性
社会：歴史的事実，現実社会の問題に対する興味
英語：インターナショナルなカッコよさ
理科：実験等による現実的諸問題の体験

では数学はどうであろうか。実際に数学の授業を行っていて感じるのは，低学年で学ぶ数学において学生に興味を持たせるのは多少困難だという事である。先にも述べたが初等数学においては技術的な基本知識，公式等を暗記する事が少なからず必要となる。それに対して抵抗を感じるかどうかで学生の数学に対する好き嫌い，学習意欲の度合いが決まってくると思われる。また学生がよく口にする事として，「数学を学んで何が面白いのか」，「数学を学んで何の役に立つのか」等のコメントがある。これは学生にとって数学が非日常的，非現実的なものになっている事を示している。よって数学の授業においても理科のように"日常的"現象，"日常的"問題を扱って，現実性，具体性等を持たせる事が重要ではないかと考えられる。日常においてギモンに思った事が授業で学ぶ数学の知識によって解決できたという体験を味わえば，何かしら数学というものに有効性を見出し，興味，関心を持つのではと期待される。何度も言うが，とにかく授業内容を何とか工夫して興味が持てるようにする必要がある。学生が授業内容に興味，関心を持ち，学問を理解した時に得られる知的興奮を身に覚えれば，後は自発的に勉強を行い，学問の探究を推進していくのではと思われる。

本論文では私が初等教育（数学）において興味，および理解したときの興奮を抱いた体験例を２つ紹介し，その事例を授業にどのように取り入れ，その結果学生の反応はどうであったかを述べる。

*教養学科

（平成16年３月31日受付）

2．2つの体験例

この章では私が幼い頃持っていたギモンが高校の数学によって解決でき，trivialながらも学問に対する興奮を味わったという体験を2例紹介する。そのギモンとは次の事である。

Ⓐ　0.999…　は1に等しいのか？

Ⓑ　$\cdots\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}}=1$ なのは何故か？
（aは任意の正数）

Ⓐについては私が小学生の時授業で習った内容に対してのギモンである。1/3は1÷3で，これは0.333…であると先生が説明したときに私は「1/3＝0.333…なので，両辺に3をかけたら1＝0.999…となるのか」と質問した。その時の先生の解答は「9の後ろの…があるから1に等しくなる」と言うものであった。これは後から考えれば間違いではなかったのであるが，当時小学生の私が理解できるはずもなく，ギモンを持ちながらも0.999…＝1なんだと憶えてしまっていた。そして月日が経ち，そんなギモンもほとんど忘れかけていたのだが，高校での数学の授業でそのギモンは解決したのである。先生が無限等比級数の公式を説明した時，0.333…を例題として紹介された。「0.333…は0.3＋0.03＋0.003＋…なので，これは初項0.3，公比0.1の無限等比級数であるから…」実際の計算は次のようになる。

$$0.333\cdots=0.3+0.03+0.003+\cdots$$
$$=\frac{0.3}{1-0.1}=\frac{0.3}{0.9}=\frac{1}{3}$$

これを知った時昔のギモンを思い出し，直ちにノートに走り書きで計算してみた。

$$0.999\cdots=0.9+0.09+0.009+\cdots$$
$$=\frac{0.9}{1-0.1}=\frac{0.9}{0.9}=1 \qquad !!$$

これで小学生の時のギモンであった0.999…＝1という事がクリアーになった訳である。その時の喜び，興奮は今でもはっきりと憶えている。

Ⓑについては私が中学生の時家にあった電卓で遊んでいて気がついたギモンである。適当な数字に対しルートキーを何回も押していたとき，1より大きい数字の場合はすべて1.000…となり，1より小さい数字の場合はすべて0.999…となる事が分かった。これはいわば電卓によって"数学的"実験を行った訳であるが，その結果が不思議に思えた。理由は分からなかったが面白い結果であったので次の日学校でみんなに教えた。反応は予想外に低く，その後私も記憶から忘れ去りかけていたのだが，高校生になり極限等を学ぶに到ってその問題を再考するようになり，次のように計算を行って解決した。

$$\cdots\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}}==\left(\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}\cdots}$$
$$=\lim_{n\to\infty}a^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$
$$=a^{\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$
$$=a^0$$
$$=1$$

今考えるとⒶⒷともに大した内容ではないのだが，当時高校生で受験勉強として数学の問題を解いていただけであった私にとって，学んだ数学の知識で自分がずっと抱いていたギモンを解決できたという事は何とも言えない喜びと興奮であった。それは受験数学の難問題を解けた時よりも強く，また持続した。大げさかもしれないがこれらの体験で数学や物理学に限らず思想，哲学，人生観等で現在疑問に思っている事も，さらに進んだ知識を学べば解決できるのではと思うようになった。私にとっていわば知的好奇心の“ビックバン”が起こったのである。

3．授業への取り入れ

私は以前から自分が学問を学んだ時に得られた知的興奮を学生に伝えたいと思っていた。興奮の源の一つと考えられる，教科書に載っていない知識の奥行きについて可能な限り授業内容の補足コメントとして説明してきた。この章では前章で述べた知的興奮の体験例としての問題ⒶⒷを数学の授業に取り入れ，その結果がどうであったかを紹介する。両問題とも無限に関するもので，対応する授業内容は，問題Ⓐについては無限等比級数，問題Ⓑについては極限となる。

問題Ⓐについて

まず無限等比級数の公式を説明する。これは教科書に載っている内容である。

公式

$a\neq 0,\ |r|<1$ のとき

$$a+ar+ar^2+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}ar^{n-1}$$
$$=\frac{a}{1-r}$$

次にいくつかの例を説明した後，応用的例題として0.333…の計算を紹介する。

例題

$$0.333\cdots=0.3+0.03+0.003+\cdots$$
$$=\frac{0.3}{1-0.1}$$
$$=\frac{1}{3}$$

そして問題提起を行う。

問題提起

$0.999\cdots=1$　を示せ

結果は，例題を説明している事もあって，多くの学生が正解を得た。学科によって多少異なるが，内容を理解し面白さを感じた学生はクラス中の約1/3程度であった。またすごく興味を持ち，他のこういった問題はないかと質問に来た学生が数名いた。

問題Ⓑについて

まず極限の基本的な概念，性質等を解説する。Ⓑを解くのに用いられる極限の公式は次のものである。

公式

$|r|<1$　のとき

$$\lim_{n\to\infty} r^n=0$$

次に，電卓を使って任意の正数に対しルートを何回も取ってみる。これは2章で述べた“数学的”実験である。

実験

任意の正数に対し，電卓でルートキーを連打するとどうなるか？

次に，実験結果を確認しそれを数学的表現に直して問題提起を行う。

問題提起

任意の正数aに対し

$$\cdots\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}}=1$$

を示せ

実際の授業では学生全員がお手上げの状態であった。左辺の無限に続くルートをどうすればいいか分からないと言う質問が出たのでヒントを出した。

ヒント

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}=\left(\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$=a^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}$$
$$=a^{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$$

結果は，これも学科によって多少異なるが，クラスの約1/4である10名前後の学生が正解を得た。問題Ⓑについては学生の反応が悪く，面白さをおぼえた学生は正解者の中のほんの数人程度であった。問題ⒶⒷを授業に取り入れた結果，共通して言えるのはクラスの約半数の学生は私が期待していた興奮を覚えなかったという事である。これは仕方のない事だと考えられる。授業に取り入れている限り学生は問題提起から解決まで先生に与えられている訳で，自分で問題を考え，自分の力でそれを解いた時に得られる興奮は味わえていない。クラスの約半数の学生は普段と変わりない授業中の問題演習というように捉えていたというのが実態であった。結局は学生自らがギモンをもち，それについて考え，解決していかなければ真の興奮は体験できず，学生の知的“相転移”は中々生じないのであろう。

4．まとめ

私が過去に知的興奮を体験した問題ⒶⒷを本校第2および第3学年における解析の授業で取り上げ，誘導形式でそれらの問題を解かせた。その結果，やる気のある優秀な学生には期待された効果が見られたが，授業内容に対する興味，関心，興奮等を一番得て欲しかった成績下位者にはあまり効果が現れなかった。しかしどのような学生においても知的発見，知的興奮を得るきっかけとなる数学的題材は必ず存在すると思われる。今回の試みでは問題量が少なく，すべての学生に興味，関心を持たせる事はできなかったが，ⒶⒷのような問題を数多く数学の授業に取り入れていけばどこかでヒットさせる事ができ，その後は学生の知的好奇心によって自発的に学究が進んでいくのではと期待できる。とはいっても実際の授業においてはカリキュラム上の制限があり，問題を厳選し出題量を調整しなければならない。そこで，学生にとってどんな事が知的好奇心のビックバンになるのかをしっかりと見定める必要が生じてくる。教える側にとって大したものでない事も学生にとっては「目からウロコ」である場合もありえる。教員が教える事に専念するのでなく，自らも学問に対して興味や興奮を持ち続け，教科書には載っていない

学問の奥行きを常に意識しながら，それを学生に伝えるという事が非常に重要ではないかと思われる。“研究”だけ，“教育”だけというスタイルでなく，両方をバランスよくこなす事が肝心である。教員が研究する事によって得られる最先端の内容，奥行きのある知識等を，教育現場にて学生に還元させる，そんな研究と教育の関係を高専の教員は目指していかなければならないと思われる。そのような教育方法を低学年で実践できる所が高校とは違う高専の特色であると言える。

参考文献

新編　高専の数学 2　（森北出版）
新編　高専の数学 3　（森北出版）
（これらは実際に使っている教科書である）