

# 管軸と垂直な軸のまわりに回転する長方形管の摩擦係数とヌセルト数について\*

小川 淑方<sup>1</sup>, 荻野 文丸<sup>2</sup>

Friction coefficient and Nusselt number of the rectangular tube which rotates for the shaft of the tube in the circumference of the perpendicular shaft

OGAWA Yoshinori\*<sup>1</sup> and OGINO Fumimaru\*<sup>2</sup>

The numerical analysis which studied laminar flow and viscous flow in rectangular tube which rotates in the circumference of shaft of the tube and perpendicular shaft was carried out. Upwind difference scheme of the third accuracy was used for the advective term. The uniform thermal flux from tube wall in the fluid which flows is applied the inside of the tube. Flow field and temperature field were obtained to the high Reynolds number.

The equation of the friction coefficient ratio considering aspect ratio and rotational frequency was clarified. The equation of the Nusselt number ratio was also similarly clarified considering aspect ratio and rotational frequency.

Key Words: Rotating rectangular duct, Laminar flow, Friction coefficient, Nusselt number, Rotating Reynolds number, Aspect ratio

## 1. 緒言

管軸に対して垂直な軸のまわりに一定角速度で回転する直管内の粘性流れおよび熱伝達は、ガスタービン翼や大型電気機械の冷却等に用いられている。したがって、これらの実際の装置等の設計・運転の基礎として、回転管の発達域における非圧縮性・層流・粘性流れの管摩擦ならびに熱伝達特性を、詳しく知ることが重要である。

垂直軸のまわりに回転する直管内を流れる流体には体積力として主流と直角方向にコリオリの力が作用する。主流と直角な方向にコリオリの力などの体積力が作用する場合、管内に二次流れが生ずる。さらに回転レイノルズ数とレイノルズ数との積などの特性値がある値以上では付随渦が発生し、静止直管内の流れとは異なり複雑な流れとなる。この二次流れの影響により熱伝達特性の向上が期待できる。

本研究は、管軸と垂直な軸のまわりに一定角速度で回転する真直な長方形管内の非圧縮性、層流・粘性流れと熱伝達を、発達域において、差分法による数値解析を行い、管摩擦係数とヌセルト数に及ぼす回転によるコリオリの力の影響について調べることが目的とする。

さらに、本数値解析による管摩擦係数とヌセルト数の計算結果と、他の研究者による実験結果および解析結果との比較・検討を行った。そして、付随渦の発生限界におよぼす縦横比（長方形管の断面の高さ／幅）および回転数の影響について調べた。

また、本研究では、より精度の高い数値解析を行うために Thompson<sup>(1)</sup>の座標変換法を用いた。すなわち、物理面において壁面付近で密に分布する不等間隔格子を生成し、等間隔格子の計算面において数値計算を行った。さらに、層流域における高レイノルズ数の流れをシミュレートできるようにするため、Kawamura<sup>(2)</sup>による3次精度の風上差分スキームを用いた。

## 2. 基礎方程式と数値計算

2.1 物理空間の座標系 回転管の座標系は図1に示す。管軸に対して垂直な軸のまわりに回転する長方形管に座標系を固定する。管内の流れの方向は管軸Z軸の増加する方向に選び、任意の管断面をX-Y平面とする。Y軸を回転軸と平行にとる。管の回転の向きはX軸の増加する向きとする。管断面の幅をAとし、高さをBとする。

2.2 物理空間の基礎方程式 管軸と垂直な軸のまわりに一定角速度で回転する長方形管内の流体力学および温度的に十分発達した領域における、定常、

\* 原稿受付平成16年11月26日

<sup>1</sup> 機械工学科

<sup>2</sup> 舞鶴工業高等専門学校

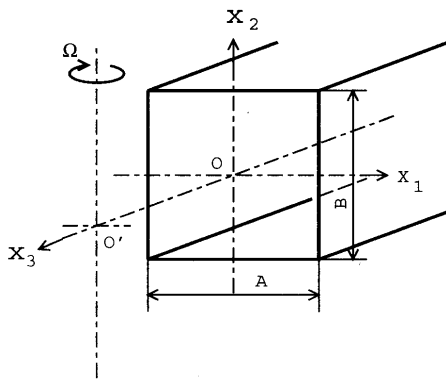


Fig. 1 回転管の座標系

非圧縮性、粘性流体の層流を対象とする。壁面での熱流束は一樣と仮定する。すなわち、管軸方向の温度勾配は一定である。物性値の温度による変化はなく一定と仮定する。また浮力の影響はないと仮定する。

次に上述の仮定の下での、本研究で用いる無次元化した基礎方程式を示す。流れ関数-渦度法を用いる。基礎方程式は渦度輸送方程式、流れ関数方程式、管軸方向流れ運動方程式、エネルギー方程式および圧力方程式の5式である。管軸方向の圧力勾配  $\partial p / \partial z$  は一定と仮定して、管断面内の圧力は変動するものと仮定する。

物理空間の渦度輸送方程式は  $x$  成分と  $y$  成分の運動方程式より圧力  $p$  を消去してえられる。

$$u_i \frac{\partial \omega_3}{\partial x_i} - \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial x_i^2} = k_{\omega_3} \quad (1)$$

ここで、 $\omega_3$  は渦度、 $u_i$  はそれぞれ  $x_i$  座標方向の速度成分 ( $i = 1, 2$ ) である。渦度  $\omega_3$  は次式で定義される。

$$\omega_3 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad (2)$$

回転管の場合の体積力  $k_{\omega_3}$  は、

$$k_{\omega_3} = -2R_\Omega \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \quad (3)$$

である。ここに、 $R_\Omega$  は回転レイノルズ数である。この項は管軸に直角に  $x_1$  軸方向に作用するコリオリの力の影響をあらわす。これを管軸直角方向のコリオリの力と呼ぶ。主流と直角方向に作用する体積力が、二次流れをひき起こす原因となる。

物理空間の流れ関数方程式は次式となる。

$$\omega_3 = - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} \right) \quad (4)$$

二次流れ速度成分  $u_1, u_2$  は次式で流れ関数  $\psi$  と関係づけられる。

$$u_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad u_2 = - \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \quad (5)$$

物理空間の管軸方向速度成分  $u_3$  の運動方程式は次式となる。

$$u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} = - \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_i^2} + k_{u_3} \quad (6)$$

ここで、 $\partial p / \partial x_3$  は管軸方向の圧力勾配で、一定であると仮定する。体積力項  $k_{u_3}$  は、

$$k_{u_3} = -2R_\Omega u_1 \quad (7)$$

である。これは管軸方向に作用するコリオリの力の影響をあらわす。これを管軸方向コリオリの力と呼ぶ。

物理空間のエネルギー方程式は次式となる。

$$\text{Pr} \left( u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2} \quad (8)$$

ここで、 $\theta$  は温度で、Pr はプラントル数である。

物理空間の圧力方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_3 \partial x_i} = - \left[ \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right)^2 \right] + k_p \quad (9)$$

ここに、圧力  $p$  は管断面内の変動圧力である。体積力項  $k_p$  は次式である。

$$k_p = 2R_\Omega \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad (10)$$

速度場  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) における管壁でのすべりなしの境界条件は、

$$u_i = 0 \quad (11)$$

となる。流れ関数  $\psi$  の管壁での境界条件は

$$\psi = 0 \quad (12)$$

であり、そして管壁で速度  $u_i$  が 0 より

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)_{x_i = \pm a/2} = 0, \quad \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right)_{x_2 = \pm b/2} = 0 \quad (13)$$

となる。a, b はそれぞれ管断面の無次元の幅および高さである。

渦度  $\omega_3$  の管壁での境界条件は

$$\omega_3|_{x_1 = \pm a/2} = - \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} \right]_{x_1 = \pm a/2}$$

$$\omega_3|_{x_2 = \pm b/2} = - \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} \right]_{x_2 = \pm b/2} \quad (14)$$

である。温度場における境界条件は管壁上で熱流束一定を用いた。

圧力の境界条件は、次式となる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1}\right)_{x_1=\pm a/2} &= \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}\right)_{x_1=\pm a/2} \\ \left(\frac{\partial p}{\partial x_2}\right)_{x_2=\pm b/2} &= \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}\right)_{x_2=\pm b/2} \end{aligned} \quad (15)$$

レイノルズ数  $Re$  は、代表速度として主流の平均速度  $w_m$ 、代表長さとして相当直径  $De$  を用いて

$$Re = \frac{w_m \cdot De}{\nu} = w_m \quad (16)$$

で定義する。ここで、 $\nu$  は動粘性係数である。 $w_m$  は無次元平均速度であり、主流の速度分布  $w(x, y)$  を管断面内で二重積分した平均値である。

管摩擦係数  $f$  とレイノルズ数  $Re$  の積  $fRe$  は、速度勾配より求めるものと、力の釣合より求めるものと二種類の  $fRe$  を定義する。

- (a) 管壁に沿う平均速度勾配より求められる管摩擦係数。

$$(fRe)_1 = 2 \left( \frac{\partial w}{\partial n} \right)_w / w_m \quad (17)$$

ここで、 $(\partial w / \partial n)_w$  は管壁における速度勾配の平均値である。

- (b)  $x_3$  軸方向の微小長さの要素に作用する力の釣合より求められる管摩擦係数。

$$(fRe)_2 = - \left( \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) / (2w_m) \quad (18)$$

ここで、式 (17) による管摩擦係数は平均壁面せん断応力によるものであり、管周平均管摩擦係数である。式 (18) によるものは圧力勾配による管摩擦係数である。

ヌセルト数  $Nu$  も、温度勾配より求めるものと、エネルギーの釣合より求めるものと二種類の  $Nu$  を定義する。

- (c) 管壁における温度勾配より求められるヌセルト数。

$$Nu_1 = \left[ \frac{\partial \theta}{\partial n} \right]_w / \theta_b \quad (19)$$

ここで、 $(\partial \theta / \partial n)_w$  は管壁における温度勾配の平均値である。

- (d)  $x_3$  軸方向の微小長さの要素に対して全体のエネルギーバランスより求められるヌセルト数。

$$Nu_2 = \frac{w_m}{4|\theta_b|} \quad (20)$$

ここで  $\theta_b$  は混合平均温度であり、

$$\theta_b = \frac{\overline{w\theta}}{w_m} \quad (21)$$

で定義される。また  $\overline{w\theta}$  は管断面での二重積分で定義される。

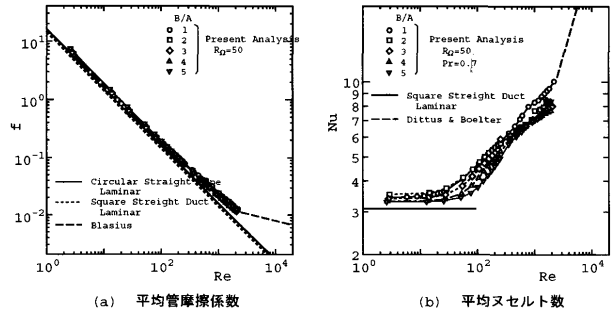


Fig. 2 回転長方形管の平均管摩擦係数  $f$  と平均ヌセルト数  $Nu$  におよぼす縦横比  $B/A$  の影響

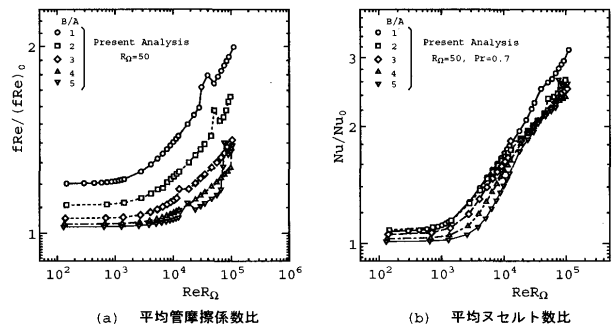


Fig. 3 回転長方形管の平均管摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  と平均ヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  におよぼす縦横比  $B/A$  の影響

ここで、式 (19) によるヌセルト数は平均壁面温度勾配によるものであり、管周平均ヌセルト数である。式 (20) によるものは平均管軸方向速度と混合平均温度によるヌセルト数である。 $Nu_1$  と  $Nu_2$  とは通常よく一致する。

### 3. 管摩擦係数とヌセルト数

図 2 (a) に、回転レイノルズ数が  $R_\Omega = 50$  の場合について、縦横比が  $B/A = 1, 2, 3, 4, 5$  の回転管のレイノルズ数  $Re$  に対する平均管摩擦係数  $f$  を示す。縦横比  $B/A$  が異なっても管摩擦係数  $f$  はほぼ一つの曲線となる。

図 2 (b) に、縦横比が  $B/A = 1, 2, 3, 4, 5$  の回転管のレイノルズ数  $Re$  に対する平均ヌセルト数  $Nu$  を示す。回転レイノルズ数は  $R_\Omega = 50$  である。レイノルズ数  $Re \leq 300$  までは縦横比が  $B/A = 1$  と 2 の平均ヌセルト数  $Nu$  はほとんど一致する。縦横比が  $B/A = 3, 4, 5$  と増加するとき縦横比  $B/A = 1$  の平均ヌセルト数  $Nu$  よりも小さくなる。

図 3 (a) に、回転レイノルズ数  $R_\Omega = 50$  の場合について、縦横比が  $B/A = 1, 2, 3, 4, 5$  の回転管の  $ReR_\Omega$  に対する平均管摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  を示す。

$ReR_\Omega < 2 \times 10^3$  の範囲では  $ReR_\Omega$  値の変化に対して管

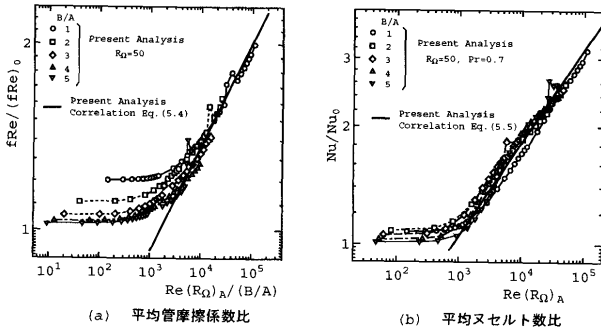


Fig. 4 回転長方形管の平均管摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  と平均ヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  におよぼす縦横比  $B/A$  の影響

摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  はほぼ一定であり、そして、縦横比  $B/A$  が増加するにつれて管摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  が減少する。  $ReR_\Omega \geq 2 \times 10^3$  の範囲では  $ReR_\Omega$  の増加につれて、それぞれの縦横比についての管摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  は増加する。縦横比  $B/A = 2, 3, 4, 5$  と、縦横比  $B/A$  が増加するにつれて、平均管摩擦係数比  $fRe/(fRe)_0$  の増加割合は小さくなる。すなわち、管摩擦係数比におよぼす管軸直角方向のコリオリの力の影響は縦横比が増えるにつれて減少すると考えられる。

図 3 (b) に、縦横比が  $B/A = 1, 2, 3, 4, 5$  の回転管の  $ReR_\Omega$  に対する平均ヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  を示す。回転レイノルズ数は  $R_\Omega = 50$  の場合である。プラントル数は  $Pr = 0.7$  の一定値とする。各縦横比  $B/A$  のヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  はほぼ一つの曲線になる。  $ReR_\Omega < 10^3$  の範囲のとき、  $ReR_\Omega$  値の変化に対して平均ヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  の値はほぼ一定値となる。  $ReR_\Omega \geq 10^3$  なる領域においては、  $ReR_\Omega$  の増加につれて平均ヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  は増加する。そして縦横比  $B/A$  が増加するに従い、平均ヌセルト数比  $Nu/Nu_0$  は減少する。これは縦横比が増加するとき管軸直角方向のコリオリの力の影響の減少が温度場に影響しているためと考えられる。

図 3 (a), (b) に示した、回転レイノルズ数  $R_\Omega = 50$  で縦横比  $B/A = 1 \sim 5$  の回転長方形管の管摩擦係数比とヌセルト数比を横軸のパラメータを変更して整理し直したものを図 4 に示す。

図 4 (a) に示す縦横比  $B/A = 1 \sim 5$  の回転長方形管の管摩擦係数比は横軸をパラメータ  $Re(R_\Omega)_A/(B/A)$  で整理したものである。ここで  $(R_\Omega)_A$  は回転レイノルズ数  $R_\Omega$  における代表長さに管断面の幅  $A$  を用いるものである。  $Re(R_\Omega)_A/(B/A) > 7000$  では管摩擦係数比はほぼ一つの曲線になる。この場合について、次の相関式

を得た。

$$fRe/fRe_0 = 0.29(Re(R_\Omega)_A/(B/A))^{0.168} \quad (22)$$

ただし、  $7 \times 10^3 < Re(R_\Omega)_A/(B/A) < 10^5$  である。

図 4 (b) に示す縦横比  $B/A = 1 \sim 5$  の回転長方形管のヌセルト数比は横軸をパラメータ  $Re(R_\Omega)_A$  で整理したものである。  $Re(R_\Omega)_A > 1000$  ではヌセルト数比はほぼ一つの曲線になる。この場合について、次の相関式を得た。

$$Nu/Nu_0 = 0.20(Re(R_\Omega)_A)^{0.24} \quad (23)$$

ただし、  $10^3 < Re(R_\Omega)_A < 10^5$  である。

#### 4. 回転長方形管の付随渦の発生限界

本節では、垂直軸まわりに回転する正方形管と長方形管について、二次流れ流線  $\psi$  の分布において付随渦が発生するときの  $ReR_\Omega$  の臨界値  $(ReR_\Omega)_{cr}$  におよぼす回転レイノルズ数  $R_\Omega$  および縦横比  $B/A$  の影響を調べる。そして、付随渦が発生するときのレイノルズ数の臨界値  $(Re_{cr})$  におよぼす無次元回転数  $1/Ro$  (ロスビー数  $Ro$  の逆数) の影響を調べる。また、他の研究者による実験結果および理論解との比較・検討を行う。

図 5 に、縦横比  $B/A = 0.5 \sim 5$  の場合の回転長方形管において付随渦が発生する臨界  $ReR_\Omega$  値を示す。縦軸に  $ReR_\Omega_{cr}$  をとり、横軸に管軸方向コリオリの力の影響を表わす  $R_\Omega$  をとる。それぞれの縦横比  $B/A$  についての臨界曲線より下方の領域は 2 渦流れとなる安定流れ領域である。そしてそれぞれの臨界曲線の上方の領域は一对または複数対の付随渦が存在して 4 渦流れまたは多数対渦流れとなる不安定流れ領域である。

本数値解により縦横比  $B/A = 1$  のときは、  $10 \leq R_\Omega \leq 2000$  の範囲で付随渦発生臨界値  $(ReR_\Omega)_{cr}$  が得られた。そして、縦横比  $B/A = 0.5, 2, 5$  のときは、  $50 \leq R_\Omega \leq 2000$  の範囲で臨界値  $(ReR_\Omega)_{cr}$  が得られた。

いずれの縦横比  $B/A$  の場合でも管軸方向コリオリの力  $R_\Omega$  が増加するとき付随渦発生臨界値  $(ReR_\Omega)_{cr}$  は増加する。これは管軸方向コリオリの力が大きるとき不安定流れを生じさせるためにはより大きな管軸直角方向のコリオリの力  $ReR_\Omega$  が必要となるためと考えられる。縦横比  $B/A = 0.5$  の臨界曲線は  $B/A = 1$  のそれよりも大きめの値となる。縦横比  $B/A = 2$  の臨界曲線は  $R_\Omega \leq 300$  のときは  $B/A = 1$  のそれよりも大きめの値となり、  $R_\Omega > 300$  のときは  $B/A = 1$  のそれよりも小さめの値となる。

同図に Speziale and Thangam<sup>3)</sup> による縦横比  $B/A = 8$  の縦長の回転長方形管の場合についての差分法を用い

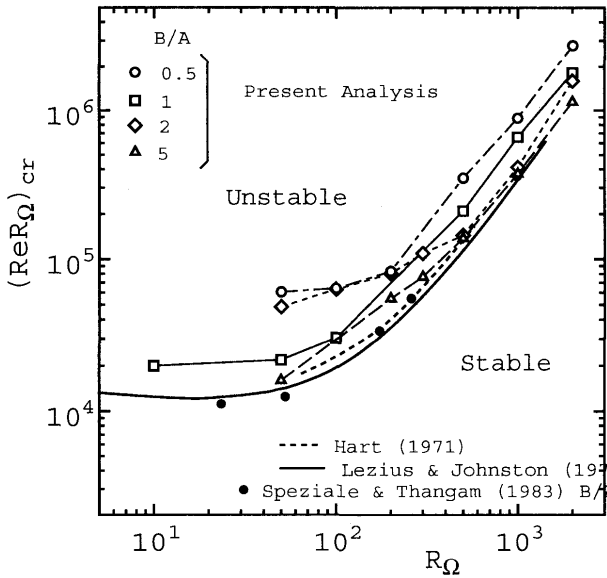


Fig. 5 回転長方形管の付随渦の発生限界  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  におよぼす回転レイノルズ数  $R_{\Omega}$  の影響

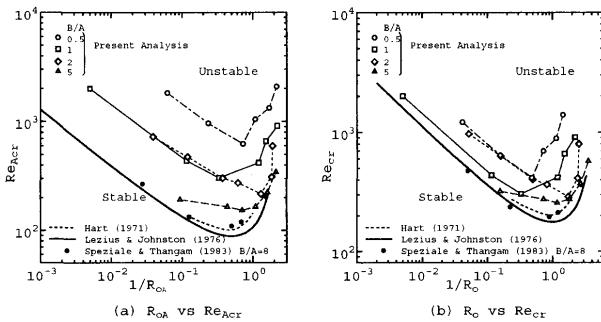


Fig. 6 回転長方形管の付随渦の発生限界のレイノルズ数におよぼす無次元回転数の影響

た数値解の結果と、Hart<sup>(4)</sup>およびLezius and Johnston<sup>(5)</sup>による回転する平行平板間流路における不安定発生問題の理論解を示す。

回転レイノルズ数  $R_{\Omega}$  が増加するとき縦横比  $B/A=2$  および  $5$  の本数値解の臨界曲線は平行平板間流路の  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  の理論値とよく一致する。

図 6 (a) に、付随渦発生時の臨界レイノルズ数  $(Re_{\Omega})_{cr}$  におよぼす無次元回転数  $1/R_{\Omega}$  の影響を示す。ここでレイノルズ数  $Re_{\Omega}$  は代表長さとしてダクトの幅  $A$  を用い、 $Re_{\Omega} = W_m A / \nu$  で定義される。また無次元回転数の逆数のロスビー数  $Ro_{\Omega}$  も代表長さとしてダクトの幅  $A$  を用いており、 $Ro_{\Omega} = W_m / \Omega A$  で定義される。ただし、ロスビー数は文献によっては  $Ro_{\Omega} = \Omega A / W_m$  が用いられている場合もある。

代表長さとしてダクトの幅  $A$  を用いる無次元数に下添え字  $A$  を用いることとして、回転レイノルズ数、レ

イノルズ数およびロスビー数には次の関係が成り立つ。

$$(R_{\Omega})_A = Re_A / Ro_A \quad (24)$$

代表長さとしてダクトの相当直径  $De$  を用いる無次元数に下添え字を用いないとき、回転レイノルズ数、レイノルズ数およびロスビー数には次の関係が成り立つ。

$$R_{\Omega} = Re / Ro \quad (25)$$

図 6 (a) に示す縦横比  $B/A = 0.5, 1, 2, 5$  についての本数値解は図 5 のデータを上記の関係式を用いて整理し直したものである。Lezius and Johnston<sup>(5)</sup> による平行平板間流路の理論解によれば無次元回転数  $1/R_{\Omega}$  が増加するにつれて、ロール渦発生時の臨界レイノルズ数  $(Re_{\Omega})_{cr}$  は減少して、極小値を経てから増加する。Lezius and Johnston<sup>(5)</sup> は  $1/R_{\Omega} = 0.5$  のとき  $(Re_{\Omega})_{cr} = 88.53$  の臨界値が得られ、 $1/R_{\Omega} > 3$  の範囲では不安定渦流れが生じないことを示している。本数値解の安定限界は縦横比  $B/A = 0.5 \sim 5$  のとき  $1/R_{\Omega} < 3$  の範囲にある。また縦横比  $B/A = 5$  のとき臨界曲線は Lezius and Johnston<sup>(5)</sup> による理論値に近い。縦横比  $B/A = 0.5 \sim 2$  の臨界曲線も Lezius and Johnston<sup>(5)</sup> による理論値と傾向が一致する。

図 6 (b) は同図 (a) に示したデータを代表長さとして相当直径  $De$  を用いる臨界レイノルズ数  $Re_{cr}$  と無次元回転数  $1/R_{\Omega}$  で整理し直して示したものである。縦横比  $B/A = 0.5 \sim 5$  の本数値解によれば無次元回転数  $1/R_{\Omega}$  が増加するにつれて、付随渦発生時の臨界レイノルズ数は  $Re_{cr}$  は減少して、極小値を経てから増加する。本数値解は縦横比  $B/A = 8$  の Speziale and Thangam<sup>(3)</sup> の数値解および Hart<sup>(4)</sup> および Lezius and Johnston<sup>(5)</sup> による平行平板間流路の理論解と傾向がよく一致するが大きめの臨界レイノルズ数  $Re_{cr}$  となる。

図 7 に、付随渦発生時の臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  におよぼす縦横比  $B/A$  の影響を回転レイノルズ数  $R_{\Omega} = 50 \sim 2000$  について示す。縦軸に臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  をとり、横軸に縦横比  $B/A$  をとる。縦横比  $0.5 \leq B/A \leq 5$  の範囲について示す。

回転レイノルズ数  $R_{\Omega} = 50$  の場合、縦横比  $0.5 \leq B/A \leq 1.25$  の範囲では、 $B/A$  が増加するに従い付随渦発生時の臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は減少する。縦横比  $1.5 \leq B/A \leq 4$  の範囲では、付随渦発生時の臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は増加する。すなわち、縦横比  $B/A = 1.25$  で臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は極小値となり、縦横比  $B/A = 1.5$  で極大値となる。

回転レイノルズ数  $R_{\Omega} = 100$  の場合の付随渦発生時の臨界曲線は縦横比  $B/A = 1.25$  で臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は極

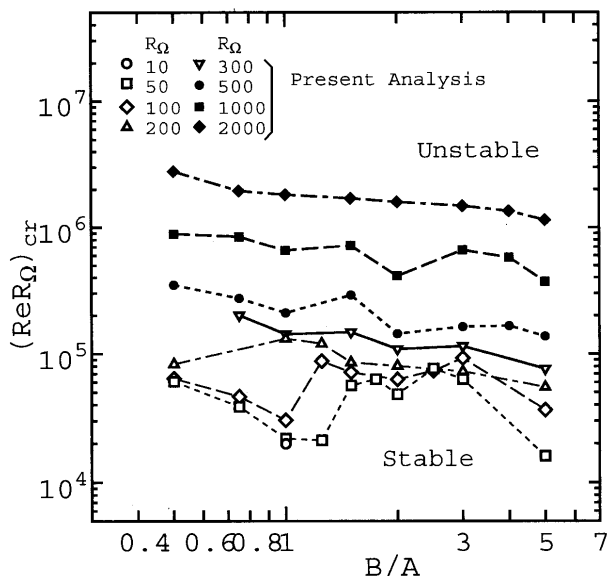


Fig. 7 回転長方形管の付随渦の発生限界  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  におよぼす縦横比  $B/A$  の影響

大値となるが、これ以外は  $R_{\Omega} = 50$  の場合と傾向が一致する。

回転レイノルズ数が  $R_{\Omega} = 300, 500, 1000, 2000$  と増加するにつれて付随渦発生の臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は増加する。

回転レイノルズ数  $R_{\Omega} = 50$  と小さい場合の回転長方形管の付随渦発生の臨界曲線は、曲り長方形管の付随渦発生の臨界曲線と類似の形状となる。これは曲りの遠心力によって発生する不安定流れと管軸直角方向のコリオリの力によって発生する不安定流れのメカニズムが類似しているためと考えられる。ただし、回転長方形管の場合には管軸方向コリオリの力  $R_{\Omega}$  の影響があることが回転長方形管と異なる点である。それで、図 5 より管軸方向コリオリの力の作用  $R_{\Omega}$  が増加するにつれて臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  が増加するので、管軸方向のコリオリの力は付随渦発生を抑制する方向に作用することがわかる。

## 5. 結 言

管軸に垂直な軸のまわりに一定角速度で回転する長方形管内の非圧縮性、粘性流体の定常流れで層流の発達域における流れ場、および壁面から一様熱流束で加熱される場合の温度場について数値解析を行った。その結果次の結果が得られた。

- (1) 縦横比  $B/A = 1$  から 5 の回転長方形管の管摩擦係数比とヌセルト数比はそれぞれパラメータ  $(Re(R_{\Omega})_A)/(B/A)$  および  $(Re(R_{\Omega})_A)$  で整理すると縦横比の影響を考慮してそれぞれほぼ一つの曲線

で表されることを明らかにした。また、このときの相関式を得た。

- (2) 縦横比が  $B/A = 0.5, 1, 2$  および 5 の回転長方形管の付随渦発生の臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は Hart<sup>(4)</sup> および Lezius and Johnston<sup>(5)</sup> による回転平行平板流路における不安定解析の理論解と傾向がよく一致することを示した。
- (3) 付随渦発生の臨界レイノルズ数  $(ReA)_{cr}$  をロスビー数の逆数  $1/R_{\Omega A}$  で整理すると縦横比が  $B/A = 0.5, 1, 2$  および 5 の回転長方形管の不安定限界は  $1/R_{\Omega A} < 3$  となり、Lezius and Johnston<sup>(6)</sup> による回転チャンネルの場合の不安定限界とよく一致することを示した。
- (4) 縦横比  $B/A = 0.5 \sim 5$  で  $R_{\Omega} = 50 \sim 2000$  の回転長方形管において付随渦発生の臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  と縦横比の関係は、 $R_{\Omega} = 50$  のとき曲り長方形管の臨界曲線と類似の形となり、 $R_{\Omega}$  の増加につれて臨界値  $(ReR_{\Omega})_{cr}$  は増加し、縦横比の増加と共にやや減少する傾向があることを明らかにした。

## 文 献

- (1) Thompson, J.F., Numerical Grid Generation, (1985), North-holland.
- (2) Kawamura, T., Numerical Study of High Reynolds Number Flow around a Circular Cylinder. PhD Thesis (1983)
- (3) Speziale, C.G. and Thangam, S., Numerical Study of Secondary Flows and Roll-Cell Instabilities in Rotating Channel Flow. J. Fluid Mech., 130 (1983), 377-395.
- (4) Hart, J.E., Instability and Secondary Motion in a Rotating Channel Flow. J. Fluid Mech., 45 (1971), 341-353.
- (5) Lezius, D.K. and Johnston, J.P., Roll-Cell Instabilities in Rotating Laminar and Turbulent Channel Flows. J. Fluid Mech., 77 (1976), 153-176.
- (6) Johnston, J.P., Halleen, R.M., and Lezius, D.K., Effects of Spanwise Rotation on the Structure of Two-dimensional Fully Developed Turbulent Channel Flow. J. Fluid Mech., 56 (1972), 533-557.

(2004. 11. 24 受理)