

曲がり長方形管の摩擦係数とヌセルト数について*

小川 淑方^{*1}, 荻野 文丸^{*2}

Friction Factor and Nusselt Number of Curved Rectangular Ducts

OGAWA Yoshinori^{*1} and OGINO Fumimaru^{*2}

A numeric calculation was executed by the laminar flow and the incompressible flow's in the curved rectangular tube using the windward difference of the third accuracy for the non-linear term. The fluid which flows in the tube is heated from the pipe wall because of the uniform heat flux or is cooled. The flow field and the temperature field obtained even Reynolds number 6600.

The friction coefficient ratio fRe/fRe_0 to various aspect ratio B/A being shown by using parameter $K_{De}/(B/A)$ in one curve became clear. The Nusselt's number ratio Nu/Nu_0 to various aspect ratios B/A clarified showing in one curve when arranging by the Dean number K .

Key Words : Curved rectangular duct, Friction coefficient, Nusselt's number, Dean number, Aspect ratio

1. は じ め に

曲り管内の粘性流れおよび熱伝達は、各種プラント、工業装置、特に熱交換器や暖冷房機器の設計に関連して重要である。したがって、曲り長方形管内の流れと熱伝達については、従来より可視化実験⁽¹⁾、数値解析⁽²⁾等多くの研究がなされているが、レイノルズ数が1500以下のものが多い。

本研究は、長方形断面の静止曲り管内の発達域における非圧縮性、層流粘性流れと熱流束一定の場合の熱伝達を、差分法によって数値的に解析し、管摩擦係数とヌセルト数に及ぼすレイノルズ数、縦横比および曲率半径の影響について特に高いレイノルズ数範囲まで調べることを目的とする。本研究では、より精度の高い数値解析を行うために、物理空間において壁面付近で密に分布する不等間隔格子を生成し、これを計算空間においては、Thompson⁽³⁾の座標変換法を用いて、等間隔格子にして数値計算を行った。さらに、高レイノルズ数の流れをシミュレートできるようにするため、Kawamura⁽⁴⁾による3次精度の風上差分スキームを用いた。

本研究の結果、縦横比が $B/A=1$ から5について管摩擦係数比 fRe/fRe_0 をパラメータ $K_{De}/(B/A)$ で整理すると縦横比の影響を考慮してほぼ一つの曲線で表せることを明らかにした。また、このときの相関式を得

た。ヌセルト数比 Nu/Nu_0 はディーン数 K で整理するときほぼ一つの曲線であらわされることを示した。また、このときの相関式を得た。

2. 基礎式と数値解析

2.1 物理空間の座標系 物理空間における流れと熱伝達の基礎方程式をあらわすのに、Fig.1のようなトロイダル座標系 (X, Y, Z) を用いる。管内の主流の方向は管軸すなわち Z 軸の増加する方向に選び、任意の管軸方向位置の管断面を $X-Y$ 平面とする。管断面の幅を A 、高さを B とする。

2.2 物理空間の基礎式 長方形断面の静止曲り管内の水力的および温度的に十分発達した領域における、定常、非圧縮性の層流粘性流れを対象とする。壁面での熱流束は一樣とする。

すなわち、壁面での温度勾配は管軸方向に一定である。物性値の温度による変化はなく一定と仮定する。また浮力の影響はないと仮定する。以上の仮定より無次元化した流れの基礎方程式は次式で表される。ただし、座標 (X, Y, Z) および、曲率半径 R_c は相当直径 $De = 2AB/(A+B)$ で無次元化して、 (x, y, z) および r_c とする。 A は断面の横幅、 B は高さである。速度 (U, V, W) は v/De で無次元化して、 u, v, w とする。圧力 P は $\rho v^2/De^2$ で無次元化し、 p とする。温度 T は管中心温度 T_c との差を $(\partial T/\partial Z)De \cdot Pr$ で無次元化して、 θ とする。ここで、 ν は動粘度、 ρ は密度、

* 原稿受付平成15年12月18日

^{*1} 機械工学科

^{*2} 舞鶴工業高等専門学校

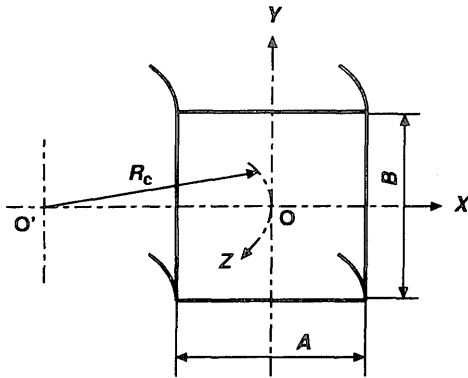


Fig. 1 Coordinate system of curved duct

$Pr = \nu/a$ はプラントル数, a は温度伝導率である.

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{r_c}{r_c+x} \frac{\partial p}{\partial z} + \nabla^2 w + \frac{1}{r_c+x} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{w}{(r_c+x)^2} - \frac{uw}{r_c+x} \quad (1)$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nabla^2 \omega + \frac{1}{r_c+x} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\omega}{(r_c+x)^2} + \frac{u\omega}{r_c+x} + k_\omega \quad (2)$$

ここで, 体積力項 k_ω は,

$$k_\omega = -\frac{2w}{r_c+x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3)$$

である. これは x 軸方向に作用する遠心力の影響をあらわす. この主流と直角方向に作用する体積力が, 二次流れをひき起こす原因となる. ω は渦度であり, 次式で定義される.

$$\omega = -\frac{r_c}{r_c+x} \left(\nabla^2 \psi - \frac{1}{r_c+x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (4)$$

ψ は流れ関数であり, 二次流れ速度成分 u, v は次式で表される.

$$u = \frac{r_c}{r_c+x} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{r_c}{r_c+x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

温度方程式は次式で表される.

$$Pr \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \nabla^2 \theta + \frac{1}{r_c+x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{r_c}{r_c+x} w \quad (6)$$

圧力場は, 運動方程式の発散をとることにより得られる次式を用いて計算した.

$$\nabla^2 p + \frac{1}{r_c+x} \frac{\partial p}{\partial x} = - \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \left(\frac{u}{r_c+x} \right)^2 + k_p \quad (7)$$

ここに, 体積力項 k_p は次式である.

$$k_p = \frac{2w}{r_c+x} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (8)$$

以上の諸式中のラプラス演算子 ∇^2 は次式で定義される.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (9)$$

レイノルズ数 Re は, 代表速度として主流の平均速度 W_m , 代表長さとして相当直径 De を用いて

$$Re = \frac{W_m \cdot De}{\nu} = w_m \quad (10)$$

で定義する. w_m は無次元平均速度であり, 主流の速度分布 $w(x,y)$ を管断面内で二重積分した平均値である. ただし, 代表長さを断面の横幅 A とするレイノルズ数を $Re_A = W_m \cdot A/\nu$ と定義すると,

$$Re_A = Re \frac{1+B/A}{2B/A}$$

である.

管摩擦係数 f とレイノルズ数 Re の積 fRe は, 平均速度勾配より求める $(fRe)_1$ と, 力の釣合より求める $(fRe)_2$ と二種類の fRe を定義する.

$$(fRe)_1 = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial n} \right)_w / w_m \quad (11)$$

上式の $(\partial w / \partial n)_w$ は平均の無次元壁面せん断応力である.

z 方向の微小長さの要素に作用する力の釣合より求められる管摩擦係数は次式となる.

$$(fRe)_2 = - \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) / (2w_m) \quad (12)$$

ヌセルト数 $Nu = \alpha De / \lambda$ も, 平均温度勾配より求める Nu_1 と, エネルギーの釣合より求める Nu_2 と二種類の Nu_A を定義する.

$$Nu_1 = \left[\frac{\partial \theta}{\partial n} \right]_w / \theta_b \quad (13)$$

$(\partial \theta / \partial n)_w$ は平均の無次元壁面熱流束であり, θ_b は混合平均温度である.

そして, z 方向の微小長さの要素に対して全体のエネルギーバランスより求められるヌセルト数は次式となる.

$$Nu_2 = \frac{w_m}{4|\theta_b|} \quad (14)$$

2.3 計算空間の基礎式 不等間隔格子を持つ物理空間から等間隔格子を持つ計算空間にたいして、つぎの座標変換⁽³⁾を行う。

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y) \quad (15)$$

ここで、 (x, y) は物理空間における管断面の座標であり、 (ξ, η) は写像（計算）空間における座標である。

物理空間における基礎方程式を、写像空間の (ξ, η) 座標系の基礎方程式に座標変換した式は、以下の通りである。

$$\bar{U} w_{\xi} + \bar{V} w_{\eta} = -\frac{r_c}{r_c + x} \frac{\partial p}{\partial z} + \bar{\nabla}^2 w + \frac{1}{r_c + x} \frac{y_{\eta} w_{\xi} - y_{\xi} w_{\eta}}{J} - \frac{w}{(r_c + x)^2} - \frac{uw}{r_c + x} \quad (16)$$

$$\bar{U} \omega_{\xi} + \bar{V} \omega_{\eta} = \bar{\nabla}^2 \omega + \frac{1}{r_c + x} \frac{y_{\eta} \omega_{\xi} - y_{\xi} \omega_{\eta}}{J} - \frac{\omega}{(r_c + x)^2} + \frac{u\omega}{r_c + x} + k_{\omega} \quad (17)$$

ここで、体積力 k_{ω} は、

$$k_{\omega} = -\frac{2w}{r_c + x} \frac{x_{\xi} w_{\eta} - x_{\eta} w_{\xi}}{J} \quad (18)$$

である。添字 ξ, η はその変数に関する微分を表す。ただし、反変速度成分 $\bar{U}, \bar{V}$ は次式となる。

$$\bar{U} = (u y_{\eta} - v x_{\eta}) / J, \quad \bar{V} = (v x_{\xi} - u y_{\xi}) / J \quad (19)$$

渦度は次式で表される。

$$\omega = -\frac{r_c}{r_c + x} \left[\bar{\nabla}^2 \psi - \frac{1}{r_c + x} \frac{y_{\eta} \psi_{\xi} - y_{\xi} \psi_{\eta}}{J} \right] \quad (20)$$

温度方程式および圧力方程式は次式となる。

$$Pr(\bar{U} \theta_{\xi} + \bar{V} \theta_{\eta}) = \bar{\nabla}^2 \theta + \frac{1}{r_c + x} \frac{y_{\eta} \theta_{\xi} - y_{\xi} \theta_{\eta}}{J} - \frac{r_c}{r_c + x} w \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{\nabla}^2 p + \frac{1}{r_c + x} \frac{y_{\eta} p_{\xi} - y_{\xi} p_{\eta}}{J} = & -\frac{1}{J^2} \left[(y_{\eta} u_{\xi} - y_{\xi} u_{\eta})^2 \right. \\ & + 2(y_{\eta} v_{\xi} - y_{\xi} v_{\eta})(x_{\xi} u_{\eta} - x_{\eta} u_{\xi}) \\ & \left. + (x_{\xi} v_{\eta} - x_{\eta} v_{\xi})^2 \right] - \left(\frac{u}{r_c + x} \right)^2 + k_p \end{aligned} \quad (22)$$

ここに、体積力 k_p は次式である。

$$k_p = \frac{2w}{r_c + x} \frac{y_{\eta} w_{\xi} - y_{\xi} w_{\eta}}{J} \quad (23)$$

2.4 数値解析 運動方程式の慣性力項、および温度方程式の対流項の非線形項に3次精度の風上差分式⁽⁴⁾を用い、それぞれの式の粘性力項、拡散項には3点中心差分公式を用いた。これにより、レイノルズ数が6600までについて収束解が得られた。数値計算はADI法と反復計算により行い、渦度輸送方程式には減速緩和を用いた。格子分割数は 50×50 を用いた。

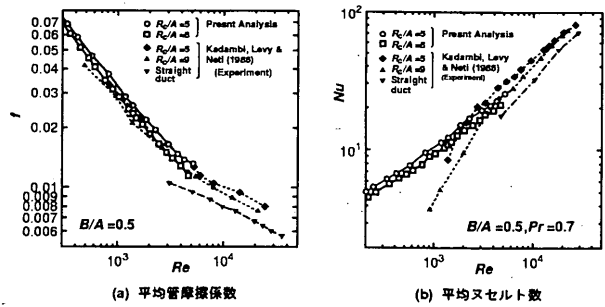


Fig. 2 $B/A=0.5$ の曲り長方形管の平均管摩擦係数 f および平均ヌセルト数 Nu に及ぼすレイノルズ数 Re の影響

3. 平均管摩擦係数と平均ヌセルト数

平均管摩擦係数は、平均壁面せん断応力による管摩擦係数と圧力勾配による管摩擦係数の2種類あるが、ここでは、圧力勾配による管摩擦係数 $(fRe)_2$ を用いる。ヌセルト数はエネルギーバランスより求めた Nu_2 を用いる。

3.1 縦横比 $B/A=0.5$ の曲り長方形管の管摩擦係数とヌセルト数に及ぼす曲率比 R_c/A の影響 まず、縦横比 $B/A=0.5$ の場合の曲り長方形管で、平均管摩擦係数 f および平均ヌセルト数 Nu についてレイノルズ数 $Re \equiv W_m \cdot De / \nu$ の影響を、曲率比 R_c/A をパラメータとして調べ、他の研究者の実験結果と比較検討をする。ここで、 A は断面の横幅、 ν は動粘度である。

図2(a)に平均管摩擦係数 f について本数値解析結果を曲率比が $R_c/A=5$ および8の場合の曲り長方形管について示す。横軸はレイノルズ数 Re で縦軸は曲り管の平均管摩擦係数 f である。レイノルズ数 Re の増加につれて平均管摩擦係数 f は減少する。また曲率比 R_c/A が小さいほど平均管摩擦係数 f は大きい。図2(a)に、Kadambi, Levy and Neti⁽⁵⁾の研究による縦横比 $B/A=0.5$ の場合で曲率比が $R_c/A=5$ および9の曲り管長方形管および真直管についての実験結果を示す。曲率比 $R_c/A=5$ および8の場合の本計算結果の管摩擦係数はレイノルズ数が $600 < Re < 5000$ の範囲では、Kadambi, Levy and Neti⁽⁵⁾による曲率比 $R_c/A=9$ の場合の実験結果とほぼよい一致が見られる。

図2(b)に平均ヌセルト数 Nu について本数値解析結果を曲率比が $R_c/A=5$ と8の場合の曲り長方形管について示す。プラントル数は $Pr=0.7$ で一定とする。横軸はレイノルズ数 Re_A で縦軸は曲り管の平均ヌセルト数 Nu とする。レイノルズ数 Re が増加するにつれて平均ヌセルト数 Nu は増加する。本計算による平均ヌセルト数 Nu_A はレイノルズ数が $2000 < Re_A < 5000$ のとき Kadambi, Levy and Neti⁽⁵⁾による実験結果とほ

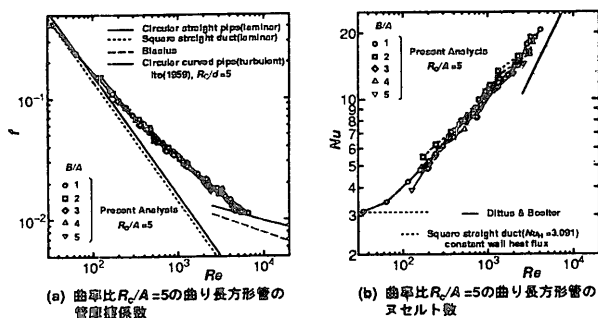


Fig. 3 曲率比 $R_c/A = 5$ の曲り長方形管の平均管摩擦係数 f と平均ヌセルト数 Nu に及ぼすレイノルズ数 Re の影響

ばよい一致が見られる。

3.2 曲率比 $R_c/A = 5, 8$ の曲り長方形管の管摩擦係数とヌセルト数に及ぼす縦横比 B/A の影響 次に、曲率比 $R_c/A = 5$ で縦横比 $B/A = 1 \sim 5$ の曲り長方形管および曲率比 $R_c/A = 8$ で縦横比 $B/A = 0.5 \sim 2.5$ の曲り長方形管の平均管摩擦係数と平均ヌセルト数について調べる。

図 3(a) に曲り長方形管の平均管摩擦係数 f の本数値解析結果を曲率比が $R_c/A = 5$ で縦横比が $B/A = 1, 2, 3, 4$ および 5 について示す。横軸はレイノルズ数 Re で縦軸は曲り管の平均管摩擦係数 f である。レイノルズ数の範囲は $Re \leq 6600$ である。ここに、レイノルズ数 $Re = W_m \cdot De/\nu$ は代表長さとして相当直径 $De = 2AB/(A+B)$ を用いている。同図に真直円管と真直正方形管の層流の管摩擦係数 f 、真直円管の乱流の Blasius の式による管摩擦係数 f および曲率比 $R_c/d = 5$ の曲り円管の乱流域における Ito⁽⁶⁾ の実験式による管摩擦係数 f の結果を示す。ここに、 d は円管の内径である。レイノルズ数 Re の増加により管摩擦係数 f は減少する。縦横比 B/A が変化しても管摩擦係数 f はほぼ一つの曲線となる。これはレイノルズ数 $Re = W_m \cdot De/\nu$ を定義する代表長さに相当直径 De を用いているからと考えられる。

図 3(b) に曲り長方形管の平均ヌセルト数 Nu の本数値解析結果を曲率比 $R_c/A = 5$ で縦横比 $B/A = 1, 2, 3, 4$ および 5 について示す。横軸はレイノルズ数 Re で縦軸は曲り管の平均ヌセルト数 Nu である。レイノルズ数の範囲は $Re \leq 4100$ である。プラントル数は $Pr = 0.7$ で一定とする。同図に参考のため真直正方形管の層流の平均ヌセルト数 Nu および真直円管の乱流域の Dittus and Boelter の式による平均ヌセルト数 Nu の値を示す。レイノルズ数 Re の増加につれて平均ヌセルト数 Nu は増加し、真直円管の乱流域のヌセルト数 Nu に近づく。また、平均ヌセルト数 Nu は縦横比 B/A の大きさ

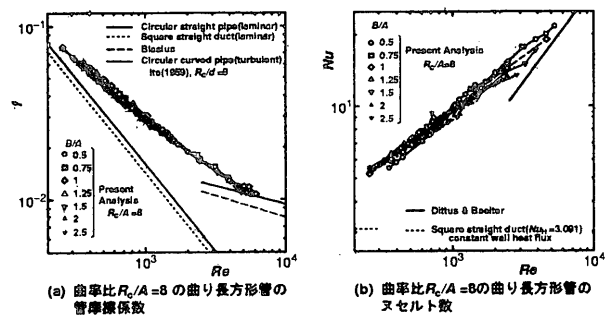


Fig. 4 曲率比 $R_c/A = 8$ の曲り長方形管の平均管摩擦係数 f と平均ヌセルト数 Nu に及ぼすレイノルズ数 Re の影響

に関係なくほぼ一つの曲線上にある。

図 4(a) に曲り長方形管の平均管摩擦係数 f について本数値解析結果を曲率比が $R_c/A = 8$ で縦横比が $0.5 \leq B/A \leq 2.5$ について示す。横軸はレイノルズ数 Re で縦軸は平均管摩擦係数 f である。レイノルズ数の範囲は $Re \leq 6100$ である。Ito⁽⁶⁾ の実験式による結果は、曲率比 $R_c/d = 8$ の曲り円管の乱流域における管摩擦係数 f である。ここに d は曲り円管の内径である。本数値結果は曲率比 $R_c/A = 5$ の図 3(a) の場合と同様の傾向となる。

図 4(b) に曲り長方形管の平均ヌセルト数 Nu の本数値解析結果を曲率比が $R_c/A = 8$ で縦横比が $0.5 \leq B/A \leq 2.5$ の範囲について示す。横軸はレイノルズ数 Re で縦軸は平均ヌセルト数 Nu である。レイノルズ数の範囲は $Re \leq 4600$ である。プラントル数は $Pr = 0.7$ で一定とする。本数値結果は曲率比 $R_c/A = 5$ の図 3(a) の場合と同様の傾向となる。

3.3 曲率比 $R_c/A = 5$ で縦横比 $B/A = 1 \sim 5$ の曲り長方形管の管摩擦係数比とヌセルト数比の整理方法次に、曲率比が $R_c/A = 5$ で縦横比が $B/A = 1 \sim 5$ の曲り長方形管の管摩擦係数比とヌセルト数比について横軸のパラメータを種々変えて整理して考察をする。

図 5(a) に平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ について本数値解析結果を曲率比が $R_c/A = 5$ で縦横比が $B/A = 1, 2, 3, 4$ および 5 の曲り長方形管について示す。横軸にはディーン数 K をとり、縦軸には曲り管の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ をとって示す。ディーン数は $K = Re(A/R_c)^{1/2}$ で定義する。ディーン数の範囲は $K = 10 \sim 3000$ である。同図に Cheng, Lin and Ou⁽⁷⁾ および Thangam and Hur⁽⁸⁾ の研究による数値計算の結果を示す。ディーン数 K が増加するにつれてそれぞれの縦横比 B/A の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ は増加する。発達した付随渦が存在する 4 渦以上の流れでは平均管摩擦係数比の増加割合が著しい。そして、縦横比 B/A

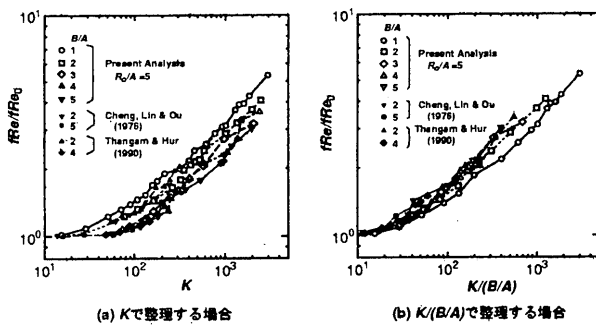


Fig. 5 縦横比 $B/A=1\sim5$ の曲り長方形管の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ に及ぼすディーン数 K と縦横比 B/A の影響

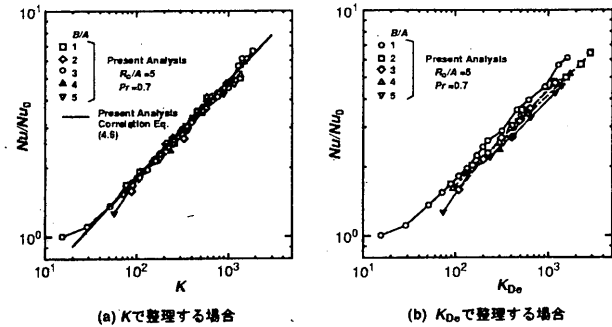


Fig. 7 縦横比 $B/A=1\sim5$ の曲り長方形管の平均ヌセルト数比 Nu/Nu_0 に及ぼすディーン数 K , 修正ディーン数 K_{De} と縦横比 B/A の影響

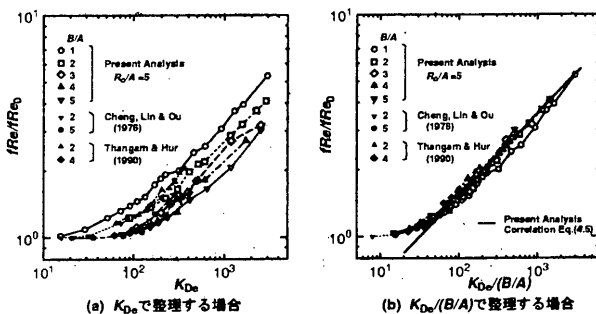


Fig. 6 縦横比 $B/A=1\sim5$ の曲り長方形管の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ に及ぼす修正ディーン数 K_{De} と縦横比 B/A の影響

が1から5まで増加する(管断面がより縦長になる)とき, 曲り管の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ は減少する. 本計算結果による平均管摩擦係数比は Cheng, Lin and Ou⁽⁷⁾および Thangam and Hur⁽⁸⁾による数値計算結果とよく一致する.

図5(b)に, 同図(a)と同じ条件の曲り長方形管の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ の計算結果について横軸にパラメータ $K/(B/A)$ をとって整理しなおして示す. 縦軸は平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ である. 縦横比が $2 \leq (B/A) \leq 5$ の範囲では, パラメータ $10 < K/(B/A) \leq 300$ において, 管摩擦係数比の値はほぼ一つの曲線上にある. 縦横比 $B/A=1$ の場合だけ少し低めの値となる.

図6(a)に, 図5(a)と同じ条件での曲り長方形管の平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ の計算結果について横軸に修正ディーン数 $K_{De} = Re(De/R_c)^{1/2}$ をとって整理しなおして示す. 修正ディーン数 K_{De} は曲率半径 R_c の代表長さとして相当直径 De を用いたものである. 縦横比が $1 \leq (B/A) \leq 5$ の範囲で変化をするとき, 縦横比 B/A が増加するとき平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ の値は減少する. 図5(a)に示すディーン数 K で整理する場合よりも修正ディーン数 K_{De} で整理する方が縦

横比 B/A による変化は顕著となる.

図6(b)に横軸のパラメータを Thangam and Hur⁽⁸⁾の行った整理の仕方にならって, $K_{De}/(B/A)$ で整理して平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ を示す. このとき, 平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ は縦横比が $1 \leq B/A \leq 5$ の場合ほぼ一つの曲線になる. 図5(b)に示すパラメータ $K/(B/A)$ で整理する場合より, $K_{De}/(B/A)$ で整理する方が平均管摩擦係数比 $fRe/(fRe)_0$ の値はよりきれいに一つの曲線になる. これは修正ディーン数 K_{De} の定義に含まれる曲率比に相当直径 De を用いているので縦横比 B/A の影響を考慮していることになるためと考えられる.

この場合の管摩擦係数に関する相関式を得た. $50 < K_{De}/(B/A) < 3 \times 10^3$ の範囲で, 次式となる.

$$fRe/fRe_0 = 0.278(K_{De}/(B/A))^{0.37} \quad (24)$$

図7(a)に平均ヌセルト数比 Nu/Nu_0 について本数値解析結果を曲率比が $R_c/A=5$ で縦横比 $B/A=1, 2, 3, 4$ および5の曲り長方形管について示す. 横軸にはディーン数 K をとり, 縦軸には平均ヌセルト数比 Nu/Nu_0 をとって示す. ディーン数の範囲は $K=10 \sim 2000$ である. プラントル数は $Pr=0.7$ で一定とする. ディーン数の増加につれて平均ヌセルト数比が増加する. 二次流れ流線に発達した付随渦が存在する4渦以上の流れのときに平均ヌセルト数比の増加割合が著しい. 縦横比が $B/A=1 \sim 5$ の範囲では平均ヌセルト数比 Nu/Nu_0 はほぼ一つの曲線上にある.

図7(b)に, 同図(a)のデータについて横軸を修正ディーン数 $K_{De} = Re(De/R_c)^{1/2}$ で整理しなおして示す. 縦横比 $B/A=1$ の場合平均ヌセルト数比がやや大きく, 縦横比が増加する(より縦長になる)につれて平均ヌセルト数比は減少する.

縦横比が $B/A=1 \sim 5$ の曲り長方形管について平均ヌセルト数比 Nu/Nu_0 は修正ディーン数 K_{De} で整理す

るよりも図 7(a) のようにディーン数 K で整理する方がほぼ一つの曲線で示すことができる。

この場合のヌセルト数比に関する相関式は, $Pr=0.7$, $1 < B/A < 5$ および $80 < K < 2 \times 10^3$ について次式となる。

$$Nu/Nu_0 = 0.25K^{0.430} \quad (25)$$

4. お わ り に

曲り長方形管内の非圧縮性, 粘性流体の定常で層流の発達域における流れ, および壁面から一様熱流束で加熱される場合の温度場について数値解析を行った。計算において物理空間の管断面の差分格子には不等間隔格子系を用い, 非線形項に 3 次精度の風上差分を用いた。

- (1) 管摩擦係数 f とレイノルズ数 Re との関係を長方形管について示した。曲率比 R_c/A が小さくなるほど管摩擦係数 f が増加する結果が得られた。さらに, ヌセルト数 Nu とレイノルズ数 Re の関係を示し, Re 数の増加につれて本数値解の Nu は Dittus and Boelter の値に近づくことを示した。
- (2) 曲り長方形管について, 管摩擦係数比 fRe/fRe_0 とディーン数 K との関係を示した。曲率の影響はパラメータ K に含まれるので曲率比の異なる管摩擦係数比はほぼ一つの曲線となることがわかった。
- (3) 曲り長方形管の場合, 縦横比が $B/A=1$ から 5 について管摩擦係数比 fRe/fRe_0 をパラメータ $KDe/(B/A)$ で整理すると縦横比の影響を考慮してほぼ一つの曲線で表せることを明らかにした。また, このときの相関式を得た。
- (4) 曲り長方形管において, 縦横比が $B/A=0.5$ から 5 についてのヌセルト数比 Nu/Nu_0 はディーン数 K で整理するときほぼ一つの曲線であらわされることを示した。また, このときの相関式を得た。

文 献

- (1) Akiyama, M. and Cheng, K.C., Boundary Vorticity Method for Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Pipes. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **14** (1971) 1659-1675.
- (2) 石垣・山田, 曲がり正方形管内の流れ特性と遠心不安定. 機論, **57-B** (1991), 4044-4051.
- (3) Thompson, J.F., *Numerical Grid Generation*, (1985), North-holland.
- (4) Kawamura, T., Numerical Study of High Reynolds Number Flow around a Circular Cylinder. *ph.D. Thesis* (1983)
- (5) Kadambi, V., Levy, E.K. and Neti, S., Heat Transfer and Pressure Drop in a Helically Coiled Rectangular Duct. *J. Heat Transfer*, **108** (1986), 343-349.
- (6) 伊藤, 曲管の流れに関する理論的並びに実験的研究 VII. 東北大学速研報告, **14** (1959), 137-172.
- (7) Cheng, K.C., Lin, R.C., and Ou, J.W., Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels. *J. Fluid Eng.*, **98** (1976), 41-46.
- (8) Thangam, S., and Hur, N., Laminar Secondary Flows in a Curved Rectangular Ducts *J. Fluid Mech.*, **217** (1990), 125-148.

(2003. 11. 21 受理)