

曲がり正方形管内の流れと熱伝達*

小川 淑方^{*1}, 高野 正章^{*2}, 山根 清美^{*2}, 萩野 文丸^{*3}

Flow and Heat Transfer in Curved Square Duct

OGAWA Yoshinori^{*1}, TAKANO Masafumi^{*2}, YAMANE Kiyomi^{*2} and OGINO Fumimaru^{*3}

^{*1} Mechanical Engineering, Toyama National College of Technology

^{*2} Advanced Engineering Faculty, Toyama National College of Technology

^{*3} Maizuru National College of Techonology

Fully developed laminar flow in curved square duct of finite curvature ratio was investigated by numerical analysis. Third order upwind difference was applied to inertia term and convective term of basic equations.

Flow and temperature field, friction factor and Nusselt number were obtained up to Dean number 3000. Secondary flow fields were compared with other investigations, and good agreement was obtained between this results and flow visualization. Friction factor and Nusselt number coincided with other expeimental results.

Key Words: Heat Transfer, Forced convection, Rotating Curved duct, Numerical Analysis, Secondary Flow, Friction Factor, Nusselt Number

1. はじめに

曲り管内の粘性流れおよび熱伝達は、各種プラント、工業装置、特に熱交換器や暖冷房機器の設計に関連して重要である。したがって、曲り正方形管内の流れと熱伝達については、従来より可視化実験^{(3)~(16)}、数値解析等多くの研究がなされているが、レイノルズ数が1500以下のものが多く、また熱伝達速度に対するプラントル数の影響を調べたものはほとんどない。

本研究は、正方形断面の静止曲り管内の発達域における非圧縮性、層流粘性流れと熱流束一定の場合の熱伝達を、差分法によって数値的に解析し、二次流れ場における付随渦の発生・消滅、流れ場および温度場、さらに管摩擦係数とヌッセルト数に及ぼすレイノルズ数および曲率半径の影響について特に高いレイノルズ数範囲まで調べ、また、プラントル数が温度場およびヌッセルト数に及ぼす影響を調べることを目的とする。本研究では、より精度の高い数値解析を行うために、物理空間において壁面付近で密に分布する不等間隔格子を生成し、これを計算空間においては、Thompson⁽¹⁾の座標変換法を用いて、等間隔格子にして数値計算を行った。さらに、高レイノルズ数の流れをシミュレート

できるようするため、Kawamura⁽²⁾による3次精度の風上差分スキームを用いた。計算は曲率比 $r_c = 5 \sim 14$ 、レイノルズ数 $Re = 10 \sim 6600$ の範囲で行った。

2. 基礎式と数値解析

2.1 物理空間の座標系 物理空間における流れと熱伝達の基礎方程式をあらわすのに、Fig.1のようなトロイダル座標系 (X, Y, Z) を用いる。管内の主流の方向は管軸すなわち Z 軸の増加する方向に選び、任意の管軸方向位置の管断面を $X-Y$ 平面とする。管断面の幅と高さを A とする。

2.2 物理空間の基礎式 正方形断面の静止曲り管内の水力的および温度的に十分発達した領域における、定常、非圧縮性の層流粘性流れを対象とする。壁面での熱流束は一様とする。

すなわち、壁面での温度勾配は管軸方向に一定である。物性値の温度による変化はなく一定と仮定する。また浮力の影響はないと仮定する。以上の仮定より無次元化した流れの基礎方程式は次式で表される。

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = - \frac{r_c}{r_c + x} \frac{\partial p}{\partial z} + \nabla^2 w + \frac{1}{r_c + x} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{w}{(r_c + x)^2} - \frac{uw}{r_c + x} \quad (1)$$

* 原稿受付 2003年12月10日

^{*1} 富山工業高等専門学校機械工学科

^{*2} 富山工業高等専門学校専攻科

^{*3} 舞鶴工業高等専門学校

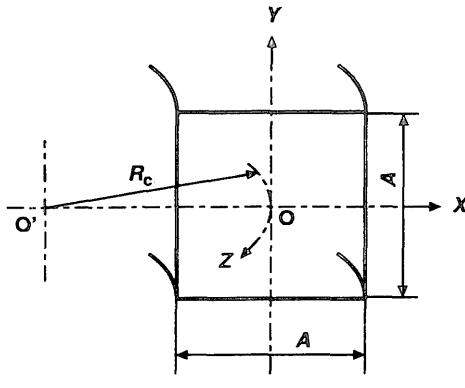


Fig. 1 Coordinate system of curved duct

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nabla^2 \omega + \frac{1}{r_c + x} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\omega}{(r_c + x)^2} + \frac{u \omega}{r_c + x} + k_\omega \quad (2)$$

ここで、体積力項 k_ω は、

$$k_\omega = -\frac{2w}{r_c + x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3)$$

である。これは x 軸方向に作用する遠心力の影響をあらわす。この主流と直角方向に作用する体積力が、二次流れをひき起こす原因となる。 ω は渦度であり、次式で定義される。

$$\omega = -\frac{r_c}{r_c + x} \left(\nabla^2 \psi - \frac{1}{r_c + x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (4)$$

ψ は流れ関数であり、二次流れ速度成分 u, v は次式で表される。

$$u = \frac{r_c}{r_c + x} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{r_c}{r_c + x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

温度方程式は次式で表される。

$$Pr \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \nabla^2 \theta + \frac{1}{r_c + x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{r_c}{r_c + x} w \quad (6)$$

圧力場は、運動方程式の発散をとることにより得られる次式を用いて計算した。

$$\nabla^2 p + \frac{1}{r_c + x} \frac{\partial p}{\partial x} = - \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \left(\frac{u}{r_c + x} \right)^2 + k_p \quad (7)$$

ここに、体積力項 k_p は次式である。

$$k_p = \frac{2w}{r_c + x} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (8)$$

以上の諸式中のラプラス演算子 ∇^2 は次式で定義される。

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (9)$$

レイノルズ数は、代表速度として主流の平均速度 W_m 、代表長さとして管断面の辺長 A を用いて

$$Re = \frac{W_m \cdot A}{v} = w_m \quad (10)$$

で定義する。 w_m は無次元平均速度であり、主流の速度分布 $w(x, y)$ を管断面内で二重積分した平均値である。

管摩擦係数 f とレイノルズ数 Re の積 fRe は、次式で定義される。

$$fRe = 2 \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial n} \right)} / w_m \quad (11)$$

上式の $\overline{\left(\frac{\partial w}{\partial n} \right)}$ は平均の無次元壁面せん断応力である。

ヌッセルト数 Nu は、次式で定義される。

$$Nu = \overline{\left| \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|} / \theta_b \quad (12)$$

$\overline{\left| \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|}$ は平均の無次元壁面熱流束であり、 θ_b は混合平均温度である。

2.3 計算空間の基礎式 不等間隔格子を持つ物理空間から等間隔格子を持つ計算空間にたいして、つぎの座標変換⁽¹⁾を行う。

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y) \quad (13)$$

ここで、 (x, y) は物理空間における管断面の座標であり、 (ξ, η) は写像（計算）空間における座標である。

物理空間における基礎方程式を、写像空間の (ξ, η) 座標系の基礎方程式に座標変換した式は、以下の通りである。

$$\begin{aligned} \tilde{U} w_\xi + \tilde{V} w_\eta &= -\frac{r_c}{r_c + x} \frac{\partial p}{\partial z} + \tilde{\nabla}^2 w + \frac{1}{r_c + x} \frac{y_\eta w_\xi - y_\xi w_\eta}{J} \\ &\quad - \frac{w}{(r_c + x)^2} - \frac{uw}{r_c + x} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U} \omega_\xi + \tilde{V} \omega_\eta &= \tilde{\nabla}^2 \omega + \frac{1}{r_c + x} \frac{y_\eta \omega_\xi - y_\xi \omega_\eta}{J} - \frac{\omega}{(r_c + x)^2} \\ &\quad + \frac{u \omega}{r_c + x} + k_\omega \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、体積力 k_ω は、

$$k_\omega = -\frac{2w}{r_c + x} \frac{x_\xi w_\eta - x_\eta w_\xi}{J} \quad (16)$$

である。添字 ξ, η はその変数に関する微分を表す。ただし、反変速度成分 \tilde{U}, \tilde{V} は次式となる。

$$\tilde{U} = (uy_\eta - vx_\eta) / J, \quad \tilde{V} = (vx_\xi - uy_\xi) / J \quad (17)$$

渦度は次式で表される。

$$\omega = -\frac{r_c}{r_c + x} \left[\tilde{\nabla}^2 \psi - \frac{1}{r_c + x} \frac{y_\eta \psi_\xi - y_\xi \psi_\eta}{J} \right] \quad (18)$$

温度方程式および圧力方程式は次式となる。

$$Pr(\tilde{U}\theta_\xi + \tilde{V}\theta_\eta) = \tilde{\nabla}^2\theta + \frac{1}{r_c+x} \frac{y_\eta\theta_\xi - y_\xi\theta_\eta}{J} - \frac{r_c}{r_c+x}w \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla}^2 p + \frac{1}{r_c+x} \frac{y_\eta p_\xi - y_\xi p_\eta}{J} &= -\frac{1}{J^2} [(y_\eta u_\xi - y_\xi u_\eta)^2 \\ &+ 2(y_\eta v_\xi - y_\xi v_\eta)(x_\xi u_\eta - x_\eta u_\xi) \\ &+ (x_\xi v_\eta - x_\eta v_\xi)^2] - \left(\frac{u}{r_c+x}\right)^2 + k_p \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、体積力 k_p は次式である。

$$k_p = \frac{2w}{r_c+x} \frac{y_\eta w_\xi - y_\xi w_\eta}{J} \quad (21)$$

2.4 数値解析 運動方程式の慣性力項、および温度方程式の対流項の非線形項に3次精度の風上差分式⁽²⁾を用い、それぞれの式の粘性力項、拡散項には3点中心差分公式を用いた。これにより、レイノルズ数が**6600**までについて収束解が得られた。数値計算はADI法と反復計算により行い、渦度輸送方程式には減速緩和を用いた。格子分割数は**50×50**を用いた。

3. 結果と考察

3.1 流れ場と温度場 Fig.2 に、 $r_c=5$ のときの流れ関数 ψ 、管軸方向速度 w/w_m および温度 Θ/Θ_b の等高線分布のディーン数 K による変化を示す。

$K=94$ のとき、Fig.2 (a) の上の図に示すように、曲り管内を流れる流体に作用する遠心力の影響により、管断面内の流れに一対の主二次渦が形成され**2渦流れ**となる。本計算の $K=94$ での流線パターンは、Cheng, Nakayama and Akiyama⁽⁴⁾により、 $r_c=5$ の曲り正方形管における入り口から**180°**の出口断面での空気流に煙を用いた流れの可視化実験で得られた $K=94$ の二次流れパターンと同じである。

Fig.2 (b) の上図に示すように、 $K=133$ になると、流線 ψ は管断面内の曲り外側壁の中央部付近に小さな付随渦が発生する。この小さな付随渦は $K=133$ 近傍で発生し始め、ディーン数の増加とともに発達する。 $K=133$ を付随渦発生の臨界ディーン数 $K_{cr}^{(1)}$ と定義する。 $K_{cr}^{(1)}$ の値は従来の実験および数値解析による研究の結果 $110 \leq K_{cr}^{(1)} \leq 140$ の範囲であるとされている⁽³⁾が、本数値計算の結果は従来の結果と一致している。

Fig.2 (c) の上図に示すように、 $K=176$ になると、流線 ψ は一対の発達した付随渦が存在して完全に**4渦流れ**となる。本計算の $K=176$ での流線パターンは、Cheng, Nakayama and Akiyama⁽⁴⁾による可視化実験における $K=176$ の二次流れパターンと同じである。同

図 (c) の中央および下図の、 w/w_m と Θ/Θ_b の等高線よりわかるように、発達した付随渦の存在のため、外側壁の中央部で速度 w/w_m は小さくなり、温度 Θ/Θ_b は少し高くなる。

ディーン数がさらに大きくなり、Fig.2 (d) の $K=304$ になると付随渦は存在せず、一対の主二次渦のみの**2渦流れ**となる。しかし、Fig.2 (e) の上図に示すように、 $K=451$ 、 $Re=1008$ になると、再び管断面内の曲り外側壁の中央部付近に発達した一対の付随渦が発生し**4渦流れ**となる。本計算の $K=451$ での流線パターンは、Cheng, Nakayama and Akiyama⁽⁴⁾による可視化実験における $K=451$ の二次流れパターンと同じである。 $K=451$ のときの速度分布および温度分布は $K=176$ のときの**4渦流れ**の場合とほぼ同じであるが、対称性がややくずれていることがわかる。

Fig.2 (f) の上図に示すように、ディーン数がさらに増加して $K=520$ 、 $Re=1163$ になると付随渦は消滅し一対の主二次渦のみの**2渦流れ**となる。対応する $K=520$ の可視化実験は得られていない。しかし、本計算による二次流れ場は最初、 K が小さいとき**2渦流れ**であり、 K の増加につれて、ディーン形遠心力不安定により**4渦流れ**となってから、再び**2渦流れ**になる現象は、杉山・林・山崎⁽⁵⁾による正方形曲り管における曲り入口から**180°**の出口断面での空気流に煙を用いた流れの可視化実験で確認されている。 $K=520$ のときの速度分布および温度分布は、基本的には $K=94$ のときのそれらと同じであるが、速度の最大値および温度の最小値を示す位置は外側壁に近付いている。

$K=766$ 、 $Re=1713$ になると、Fig.2 (g) の上図に示すように、曲り外側壁の中央部付近ではなく、管断面の上部と下部付近に、 x 軸に関してほぼ対称に小さな一対の付随渦が存在する**4渦流れ**となる。対応する $K=766$ の可視化実験は得られていない。さらに、Fig.2 (h) に示すように $K=921$ 、 $Re=2059$ になると、曲り外側壁の上部付近に付随渦が1個だけ存在する非対称な二次流れ場となり、 $K=1416$ 、 $Re=3167$ では Fig.2 (i) の上図に示すように、 x 軸に関してほぼ対称な一対の発達した付随渦が存在する**4渦流れ**となる。ディーン数がさらに大きくなり、 $K=2973$ 、 $Re=6647$ なっても、流れ場は一対の発達した付随渦が存在する**4渦流れ**である。以上より、ディーン数の増加につれて流れ場は、**2渦→4渦→2渦→4渦→2渦→4渦**と変化することがわかった。

$K=766$ のとき、Fig.2 (g) 中および下図に示すように、外側壁上下付近に付随渦に伴う速度が小さく、温度が高い部分が生ずるが、さらにディーン数が大きくな

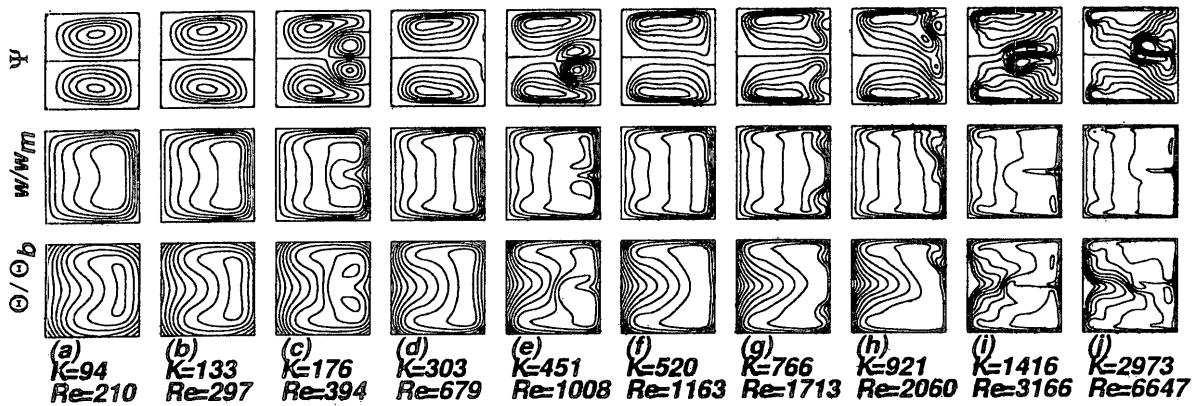


Fig. 2 Contour lines of stream function, axial velocity and temperature in curved square duct with curvature ratio $r_c=5$

なると、Fig.2 (h)~(j) の中、下図に示すように、特に温度場の対称性が大きくくずれることがわかる。すなわち $K=900$, $Re=2000$ 近辺で乱流への遷移が始まるよう見える。

Ludwieg⁽⁶⁾は $r_c=5.67$ の曲り正方形管のとき $Re>8000$ で乱流としている。また、伊藤⁽⁷⁾は種々の曲率半径比の曲円管について層流から乱流への遷移レイノルズ数を e_{crit} 実験的に求めて、半径比 $R_c/R=16$ では $Re_{crit}=8070$ となることを報告している。R は曲管の半径である。本計算では $r_c=5$ の場合、速度分布および温度分布の対称性が $Re=2000$ 程度でくずれ始めるので、このレイノルズ数で何らかの擾乱が生じ、乱流への遷移が始まることをうかがわせるが、 $Re=6647$ の結果からは、このレイノルズ数でもまだ完全に乱流になったと考えることはできない。

3.2 流線 ψ の最大値 Fig.3 に付随渦の流れ関数の最大値 $|\psi_{max}|$ のディーン数による変化を示す。付随渦の存在しない範囲は破線で示す。 $K<133$ では付随渦は存在せず、主二次流れ渦だけの 2 渦流れである (Fig.2 (a))。 $K=133$ で $|\psi_{max}|$ の値がかなり小さい小付随渦が現れ、4 渦流れとなり、これは $K=144$ まで持续し (Fig.2 (b))、 $144 \leq K < 210$ では $|\psi_{max}|$ の値が大きい発達した付随渦が存在するような流れとなる (Fig.2 (b))。さらに、 $210 \leq K < 222$ では付随渦が存在せず再び主二次流れ渦のみの 2 渦流れとなり (Fig.2 (d))、 $222 \leq K < 315$ で再び小さな付随渦が現れ (Fig.2 (e))、 $315 \leq K < 410$ では再度 2 渦流れとなる (Fig.2 (f))。 $K=222$ を $K_{cr}^{(2)}$ とする。 $410 \leq K < 451$ では小さな付随渦が現れ (Fig.2 (g))、それは $451 \leq K <$ で大きな渦に発達し (Fig.2 (h))、 $K \geq 600$ では (Fig.2 (i))。前と同じく $K=410$ を $K_{cr}^{(3)}$ とする。 $600 \leq K <$ になると付随渦はもはや消滅せず、特に K の値が 1200 以上では

発達した付随渦となる (Fig.2 (j))。Hille, Vehrenkamp

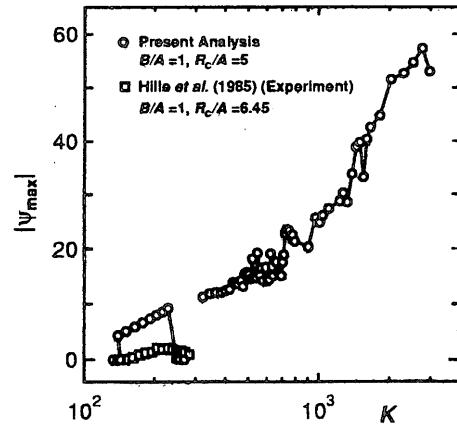


Fig. 3 Maximum value of stream function ψ of additional vortex flow

and Schultz-Dubois⁽¹¹⁾の実験⁽¹¹⁾によれば付随渦の存在するディーン数の範囲は $150 \leq K \leq 300$ であり、 $K > 300$ では 2 渦流れになる。すなわち、本数値計算とによる実験結果⁽¹¹⁾とによる付随渦の発生の傾向はおおよそ一致する。

3.3 臨界ディーン数 Fig.4 に付随渦が発生し始めるディーン数 $K_{cr}^{(1)}$ および $K_{cr}^{(2)}$ の r_c に対する変化を示す。他の研究者により得られた $K_{cr}^{(1)}$ も同図に示す。本計算による $K_{cr}^{(1)}$ は曲率比 r_c の増加とともに減少するが、 $r_c \rightarrow \infty$ である一定値に近付くような傾向を示す。他の研究者による $K_{cr}^{(1)}$ は本計算結果よりやや大きい値を示すものが多い。

3.4 温度場に及ぼすプラントル数の影響 Fig.5 は $K=184$ のときの流れ関数 ψ 、管軸方向速度 w/w_m およびプラントル数 $Pr=0.005 \sim 200$ のときの温度 Θ/Θ_b の等高線分布を示す。この時、流れは発達した

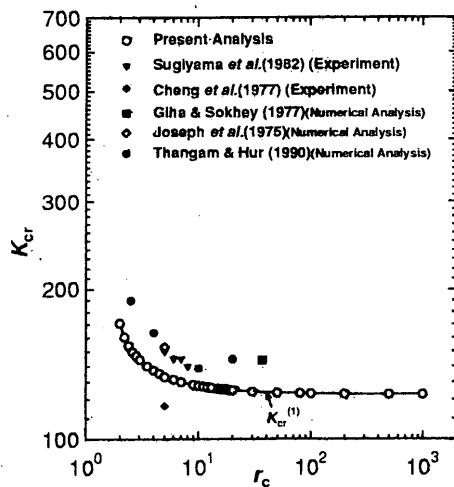
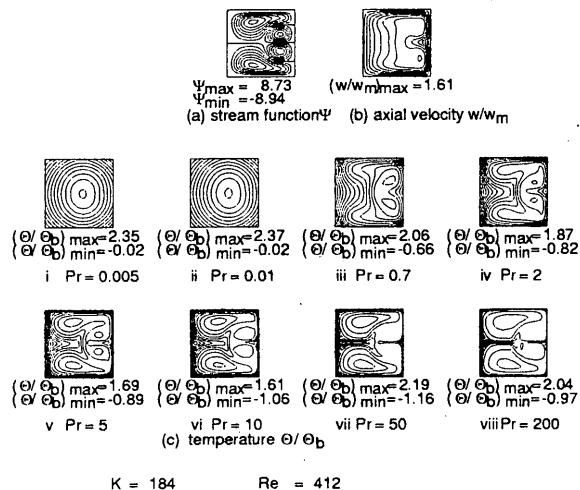
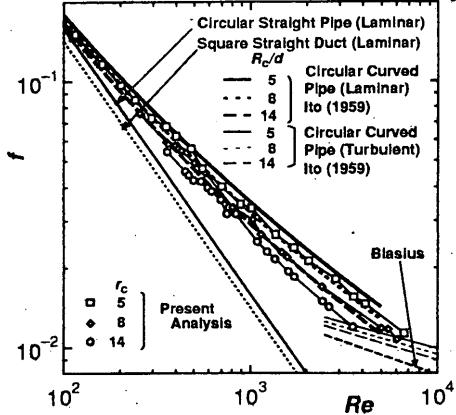
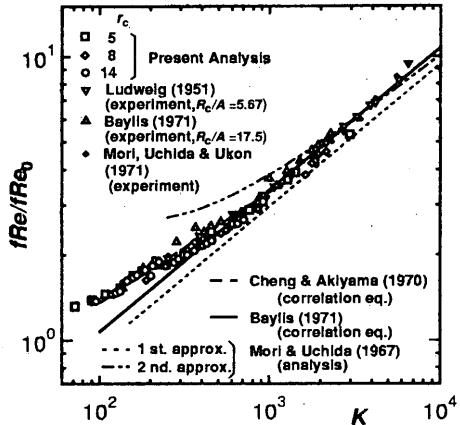


Fig. 4 Critical Dean number

付随渦を伴う4渦流れである。Fig.5(e)-iに示すようにとき、管断面中心付近で温度がもっとも低く（流体を加熱する場合）、そして4隅で高くなる全体的にゆるやかな温度変化を示す。 $Pr=0.01$ の温度場（Fig.5(e)-ii）は $Pr=0.005$ の場合とほぼ同一となり、 Pr 数が低いときは二次流れ渦の影響はほとんどみられない。また、壁面付近の温度境界層の厚さは厚い。Fig.5(e)-iiiから-viiiに示すように、プラントル数の増加につれて、二次流れ渦の温度場におよぼす影響が増え、付随渦の存在する領域の温度の減少が顕著となる。また、曲り外側壁の中央付近に Θ/Θ_b の極大ピークが存在する。そして4隅と曲り内側壁の中央付近に温度の極大ピークが存在する。さらに、プラントル数の増加につれて管壁付近の温度境界層厚さは薄くなる。

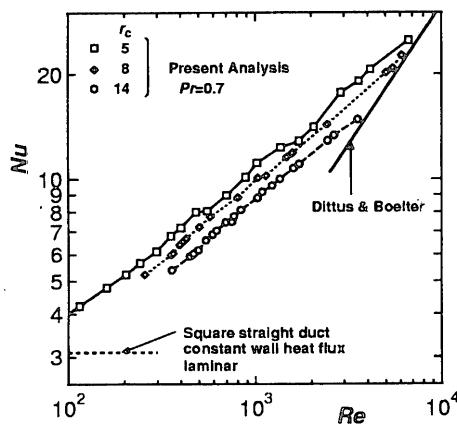
Fig. 5 Effect of Prandtl number on temperature distribution in curved square duct with curvature ratio $r_c=5$

3.5 平均管摩擦係数と平均ヌッセルト数 Fig.3.5に、曲率比 r_c が5, 8および14のときの平均管摩擦係数 f のレイノルズ数に対する変化を示す。同図に真直な円管および正方形管の層流の f と円管内乱流におけるBlasiusの式による f 、および伊藤⁽⁷⁾による曲り円管の層流域における実験式および乱流域における半経験式によるそれぞれの f を示す。

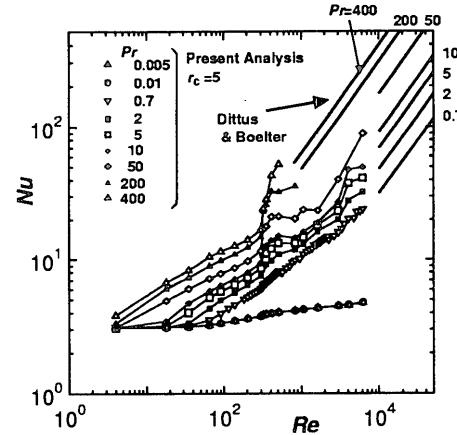
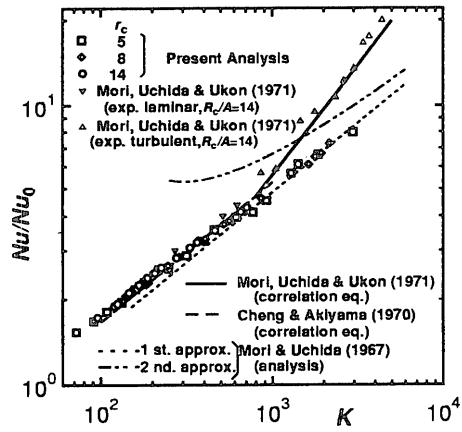
Fig. 6 Mean friction factor f vs. Re Fig. 7 Friction factor ratio fRe/fRe_0 vs. K

本計算結果による $r_c=5, 8, 14$ の管摩擦係数 f は伊藤⁽⁷⁾による曲り円管の層流域における対応する曲率比のそれぞれの f よりも少し小さな値となる。すなわち、曲り正方形管の f は曲り円管のそれよりも小さめの値となる。これは、真直な正方形管と円管の管摩擦係数の関係と同様である。また曲り正方形管の管摩擦係数 f は曲率比 r_c が大きくなるにつれて小さくなる。これは曲がり円管の場合と同様である。

Fig.7に、 $r_c=5, 8$ および14のときの $fRe/(fRe)_0$ のディーン数に対する変化を示す。 $(fRe)_0$ は真直管の平均管摩擦係数 f_0 と Re との積である。同図に従来の研究による実験データ、数値計算あるいは実験データ

Fig. 8 Nusselt number Nu vs. Re

Dittus and Boelter の式に近づく。

Fig. 10 Nusselt number Nu vs. Re Fig. 9 Nusselt number ratio Nu/Nu_0 vs. K

を基に得られた相関式の値、および理論解析の結果を示す。本数値計算による $fRe/(fRe)_0$ は K の増加につれて増加し、曲率比 r_c に依存せずほぼ一つの曲線になる。

本数値計算による平均管摩擦係数比は、 $K \leq 2970$ の範囲で Baylis⁽¹³⁾、Ludweig⁽⁶⁾、Mori、Uchida and Ukon⁽¹²⁾の実験データとよく一致している。 $fRe/(fRe)_0$ の値は $K \geq 500$ で Baylis⁽¹³⁾による実験式とよく一致するが、Mori and Uchida⁽¹⁵⁾の境界層理論による第2近似解よりやや大きく、Cheng and Akiyama⁽¹⁴⁾による数値計算結果からの相関式より小さくなる。

Fig.8 に、曲率比 $r_c = 5, 8$ および 14 の場合で平均ヌッセルト数 Nu のレイノルズ数 Re に対する変化を示す。プラントル数は $Pr = 0.7$ で一定とする。 Re 数の増加につれて Nu は増加する。また曲率比 r_c が小さくなるにつれて Nu が増加する。同図に一様熱流束加熱を受ける直管における層流の場合の Nu の結果と乱流域の Dittus and Boelter の式による結果を示す。レイノルズ数が増加するとき本数値計算結果は

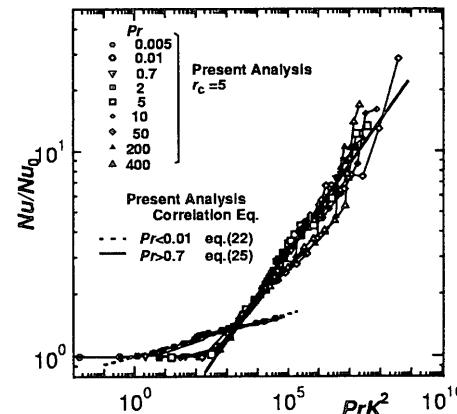
Fig. 11 Nusselt number ratio Nu/Nu_0 vs. PrK^2

Fig.9 に、 $r_c = 5, 8$ および 14 のときの平均ヌッセルト数比 Nu/Nu_0 の K に対する変化の本数値解析結果を示す。 Nu_0 は直管の平均ヌッセルト数である。プラントル数は $Pr = 0.7$ で一定である。 Nu/Nu_0 は $r_c = 5, 8$ および 14 でほぼ一つの曲線になり、 K の増加につれて増加する。

本数値計算による平均ヌッセルト数比は、Mori、Uchida and Ukon⁽¹²⁾の $r_c = 14$ の場合の層流範囲の実験データとよく一致している。また Mori ら⁽¹²⁾は $r_c = 14$ の場合、ディーン数 $K \approx 850$ 、レイノルズ数 $Re \approx 3200$ で乱流に遷移する結果を得ているが、本計算による平均ヌッセルト数比は $K = 2970$ でも層流範囲と考えられる。また、本数値計算の平均ヌッセルト数比は Mori and Uchida⁽¹⁵⁾の境界層近似理論による解析結果の第2近似解とほぼ一致している。

Fig.10 に、 Nu/Nu_0 の本数値解析結果を、横軸を Akiyama and Cheng⁽¹⁶⁾にならって PrK^2 として整理しなおして示す。プラントル数は $Pr = 0.005$ から 400 ま

での範囲である。本数値計算は大きく二つのグループにわかれれる。すなわち、 $Pr \leq 0.01$ のとき、 Nu/Nu_0 は PrK^2 の増加とともに緩やかに増加し、 $0.7 \geq Pr$ のときは、 Nu/Nu_0 の値は $PrK^2 \leq 700$ ではほぼ 1 で一定であり、 $PrK^2 \geq 700$ では急激に増加する直線で近似できる。すなわち、次となる。

$Pr \leq 0.01$ で $0.7 < PrK^2 < 10^5$ の場合、

$$Nu/Nu_0 = 1.0(PrK^2)^{0.04} \quad (22)$$

$Pr \geq 0.7$ で $PrK^2 < 700$ の場合、

$$Nu/Nu_0 = 1.0 \quad (23)$$

$Pr \geq 0.7$ で $700 < PrK^2 < 10^8$ の場合、

$$Nu/Nu_0 = 0.27(PrK^2)^{0.215} \quad (24)$$

4. 結 論

正方形断面を有する曲り管内の流れと熱伝達について次の結果が得られた。

1. 二次流れ場はディーン数の増加と共に、2渦 → 4渦 → 2渦 → 4渦 → 2渦 → 4渦となる。可視化実験結果とよく一致する。
2. 二次流れ渦の流線の最大値の K による変化は Hille, Vehrenkamp and Schultz-Dubois⁽¹¹⁾による実験結果とほぼよい一致が得られた。
3. 平均管摩擦係数についての本計算結果は従来の研究結果とほぼ一致する。
4. 平均ヌッセルト数比は PrK^2 の関数として表すことができるが、 $Pr \leq 0.01$ の場合と $Pr \geq 0.7$ のときとで関数形は異なる。

文 献

- (1) Thompson, J.F., *Numerical Grid Generation*, (1985), North-holland.
- (2) Kawamura, T., *Ph.D.Thesis, The University of Tokyo* (1983)
- (3) 石垣博・山田仁, 機論, 57-B (1991), 4044-4051.
- (4) Cheng, K.C., Nakayama, J. and Akiyama, M., *Proc. Int. Symp. Flow Visualizat.*, (1977), 109-114.
- (5) 杉山司郎・林太郎・山崎公士, 機論, 48-B (1982), 1870-1876.
- (6) Ludwieg, von H., *Ing. Arch.*, 19 (1951), 296-308.
- (7) 伊藤英覚, 東北大学速研報告, 14 (1959), 137-172.
- (8) Joseph, B., Smith, E.P., and Adler, R.J., *AIChE Journal*, 21 (1975), 965-974.
- (9) Cheng, K.C., Lin, R.C., and Ou, J.W., *J. Fluid Eng.*, 98 (1976), 41-46.
- (10) Ghia, K.N. and Sokhey, J.S., *J. Fluid Eng.*, 99 (1977), 640-648.
- (11) Hille, P., Vehrenkamp, R., and Schultz-Dubois, E.O., *J. Fluid Mech.*, 151 (1985), 219-241.
- (12) Mori, Y., Uchida, Y. and Ukon, T., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14 (1971), 1787-1805.
- (13) Baylis, J.A., *J. Fluid Mech.*, 48 (1971), 417-422.
- (14) Cheng, K.C. and Akiyama, M., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 13 (1970), 471-490.
- (15) 森康夫・内田豊, 機論, 33 (1967), 1836-1846.
- (16) Akiyama, M. and Cheng, K.C., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14 (1971) 1659-1675.

(2003. 11. 21 受理)