高専数学を学生自身のものにするための指導法 そのⅢ

金 山 證*

An Approach to Teaching Mathematics to Technical College Students: How to Make It Easy for Them to Understand Part Ⅲ

KANAYAMA Satoru

The author points out three important aspects of the teacher's role in teaching mathematics to technical college students. In order to help them absorb what they learn, the teacher need to: 1.clarify where, how and why they suffer setbacks in studying mathematics; 2.constantly review and improve teaching methods and materials considering the students' actual levels of achievement; and 3.support independent learning.

つまずき　実態　原因　指導法　改良　工夫　はたらきかけ 主体的

1　はじめに

高専数学を学生自身のものにするためには、教師は常に「良い授業」を目指して授業の展開に努めなければならない。「良い授業」とは、すべての学生が理解できる質の高い授業、落ちこぼれる学生がでない、将来進学や就職試験に対応できる授業と考える。教師は学生が身につけなければならない目標や指導の重点を明確にして授業に臨むことが肝要であり、学生は能動的な学習が求められる。すなわち教師の的を絞ったはたらきかけと学生の主体的な取り組みの二つの側面が不可欠である。

(1)教師のはたらきかけ

①解法の解説の場面

[1]例題・問題の難易の区別

例題・問題に対して基本・基礎的なもの、あるいは重要なもの、の区別をしながら、例題・問題に取り組ませる。

[2]弱点を取り上げた指導

正解と誤答例を並記したり、いくつかの誤答例を提示しながら陥りやすい誤りを指摘したり、誤答例を生かすべくその間違えた根拠を明らかにしたりすることを通して弱点を克服する。

[3]メリハリを付けた指導

例題・問題の解法の強調したいところ、流していくところの区別をする。板書でのマジックの色、解説での声の大小や高低を使い分ける。

[4]覚え方を通して公式を暗誦

公式の暗誦のために実際に言葉の語呂合わせ、メロディを取り入れた覚え方を工夫する。

②その他

＊一般教養科数学
kanayama@nc-toyama.ac.jp

　（平成22年４月26日受付）

[1]教師は「教科書を教える」ではなく、「教科書で教える」ような発想・観点で授業をする。

[2]身につける目標として計算力や論理的記述力の養成を掲げて、学生に強くはたらきかける。

[3]学生が自ら考えることを通して、解法に着目して重要なポイントがどこにあるかを見出させたり、解法の工夫や新しい発見をさせたりする。

[4]計算力を高め、論理の筋を身につけるには学生が大変な骨折り、相当の努力をする覚悟を固める必要があることを意識させる。

(2)学生の主体的な取り組み

①高専の初期の学習では中学校の数学と重複する部分が多く、教師に頼らずに自分の理解の仕方が通じる。これに慣れると授業に集中しない。授業を漫然と受ける。問題に積極的に取り組まなくても、熱心にこなしている学生との差を感じない。高専の数学は大したことがないという意識を持つようになる。授業に臨む能動的な態度の側面から、意識の変更が鍵となる。

②テストで満足の行く結果を得ると実力があるという誤った先入観念を早く払拭し、学習体制を確立することが大切である。

[1]授業に集中する。毎日集中するものとしないものとの差は大きいことを認識する。

[2]地道に練習問題を解く努力を怠らない、学習の習慣化を図る。同時に例題の解法を真似ることを繰り返しつつ、真似なくても解答が作成できる学習の仕方を身につける。

[3]継続的な学習の積み重ねから数学的感覚を研ぎすまし、発想を豊かにする。練習問題では模範解答が作成できることが真の実力である。

2 「良い授業」を目指して

「良い授業」を展開する教師の心構えについて述べると、

(1)自分は教えることのできない者である、というような謙虚さを持つ。

(2)智、徳、体、聖の均衡のとれた全人的な人間に近づく努力を怠ることなく、積み重ねていくこと。

(3)理想とする高専生像として、規律正しい、学問に没頭する、人格が円満な人間を描く。

具体的には、①けじめがつく、②挨拶ができる、③他人の苦しみ(悲しみ)を自分の苦しみ(悲しみ)と捉える、④読書の時間を確保する、⑤運動の時間を確保する、⑥予・復習をしっかりやり、授業に真剣に臨み、集中する。

(4)教師の生き甲斐として、一人でも多くの学生の悩みに相談に乗ってあげる。数学を学習する喜びがわかり、進んで予・復習をやってくれる学生に成長させる。学生の思い出として苦しかったけれども一生懸命取り組んだことによって見通しが良くなった喜びが残っているようにする。

(5)数学のあらゆる指導場面に於いて愛情と厳しさー情熱ーを持って学生に接する。いま、学生は何を必要としているのかを素早く、的確に判断して適切な資料の提供や叱咤激励などの指導助言を行う。

次に、「良い授業」を展開する条件について述べると、

(1)教材研究ー指導内容を絞り、指導事項の明確化を図る。

①教材の分析ー領域、単元(小単元)、関連領域、発展性について数学的観点(知識・思考・技能)から深める。

②学生の力量ー重要な解法(事項)に関して計算力のスピード、正確性、基礎力を把握する。

③教材の精選ー教科書、参考書、問題集(他社も含む)を使って何を教えるのかを明確化する。

教科書を教えるのではなく、教科書を使って、数学の本質(概念、普遍性)を教える。

(2)授業展開方法の研究

①展開 $\boxed{\text{課題}}$ の板書

$\boxed{\text{発問}}$ — $\boxed{\text{反応}}$ の板書ー授業中に消す物と残す物の区別を明確化する。

②板書事項:色マジックの使い分け:重要事項、着眼点に青マジックを用いる。枠で囲む、線を引く、○、×に赤マジックを用いる。通常は黒マジックを用いる。

(3)学生のつまずき、弱点の調査とその克服の研究

①学生のつまずく実態（弱点）を知る

学生が領域毎の問題解法に関する通過率を問題の難易によるが教科書程度なら80％を目安とする。達成するには教師は学生が問題解法をし終えるために必要な知識・思考・技能の数学的観点から基本事項、基礎知識まで遡って分析すること、何よりも学生が苦手とする分野・領域、つまずき易い箇所や陥り易い間違いを調査して弱点を把握することが大切である。評価の手立てとして、

［1］授業時間での練習問題の机間巡視による解答状況

［2］教師が板書で解答を与えたとき、挙手による正答状況

［3］練習、類似問題やレポート課題の添削による解答状況

［4］まとめのテストや定期試験（中間・期末）の答案による解答状況（→資料①　解析Ⅰ後期中間試験問題、資料②　情報工学科第2学年解析Ⅰ補充解答及び講評）によって学生のつまずく実態を把握しておく。

②学生のつまずき、弱点の克服の研究

つまずき、弱点を克服するためには分かり易い資料、教具の提示をしたり、既習・類似問題で基本事項に戻る等の適切な措置を講じなければならない。次に応用・発展問題に挑戦する。

［1］幾何学（数学）に王道なしー数学は積み上げの学問である。学生の不断の努力の要請

［2］教師のはたらきー学生の基礎概念の形成及び問題解法の技能の確実な習得の追求

［3］問題解法ー基本事項、基礎知識まで遡って分析したことを生かした指導の徹底

［4］定着事項の明確化ー学生の中に何が定着されていなければならないかの分析

(4) 五つの役割

①学者ー学力・学識の豊かなインテリゲンチャー。深い専門、自己も学習を怠らない。うまい解法・別解等の研究。しかし、授業は余りにも学究的に一人だけ突っ走ってしまうタイプではいけない。

②役者ー話し方、動作を工夫して冷たい数学としない。笑わせる。ゆとりを持たせる。感動させる。そのためには学生との間に緊張感、真剣味がなければならない。ピント張りつめた気持ちの中にこそ真の感動が得られる。授業がだれたとき、活を入れることも必要である。

③芸者ー学生の中には数学嫌いな子もいる。接待者となって問題の易から難への配列を試みる。既習事項と結んだり、無味乾燥の数学としない。常に気持ちを汲んで、満足感が得られるものとする。これからどんどん勉強しようとする気持ちを抱かせる。

④医者ー弱点、欠点を診断（各種テストの直前の質問教室、直後の不振者対象の学習会における学生の陥りがちの箇所の把握）それに対応した治療（基礎力からの積み上げに基づいた指導ー前提学力を出発点とした細かいステップの飛躍のない解説による指導）

⑤易者ー進学や就職試験の傾向をつかみ、的確な対策を立てる（過去5カ年にわたる個々の大学・企業の入学・入社試験の特徴から本年度を予想する）。試験を占うだけでなく、受験界全体あるいはその学生の未来をも見渡し、適切な忠告を与えられる教師になる。

3　教師は学生の実態に合わせて教材や指導法の見直しと改良・工夫を常に心掛ける。

例題の解法には、複雑な要素が絡んだ問題の場合には式変形における観点が異なる転換点があったり、論理が飛躍する箇所が幾ステップもあったりする。

解法に至る筋道を明確にするために、式変形におけるステップ毎の節目に当たる箇所が何カ所かあり、そこに要点を押さえた的確な字句を添えた意味付け、用いた公式や定理の提示を行って式変形を実行する。クラスの実態に合わせた指導が大切である。

(1) 教材の見直しと改良・工夫

授業の効果的な進め方に対応する例題や問（練習問題）の補充やヒントの付記

①例題の解法・解説の後にすぐに問（練習問題）に挑戦させる。

②問（練習問題）に見合った例題がないときは、例題

を補充することによって取り組ませる。
③問題の難解さの程度によってヒントを付けて取り組ませる。
④例題に続く問(練習問題)を1題取り上げての解法・解説の後に問(練習問題)に挑戦させる。問の多くはヒントを付けたりして取り組ませる。
⑤問(練習問題)が不足のために、基礎・基本事項の定着が図られないときは問(練習問題)を補充する。
(2)指導法の見直しと改良・工夫
問題解法のスムーズな進め方に対応する解説の在り方と公式や定理の扱い方
①式変形における観点が異なる転換点、論理が飛躍する箇所に関する、微々たる転換点、少しでも論理が飛躍する些細な箇所も取り上げたり、ステップ毎の細部にわたる計算過程についても細分化を図ったりして、なるべく割愛をしない解説をするようにする。
②取り上げた公式や定理を記述して再確認をする。
③取り上げた公式や定理を暗誦させる配慮をする。

4　学習習慣・学習の仕方の確立

家庭での学習の習慣もなく、学習の仕方が未確立の入学生の割合が高くなってきている。計算力や筋道立った論理力が身につくには、練習問題の解答の記述及び証明問題の論述がきちんとできるかどうかにかかっている。入学当初から学生自身が予習では、[1]前時の授業で習ったところに関連し、取り上げていない問を解いておく。[2]本時の授業で取り上げる例題・問を解いてみる。復習では、[1]授業で習ったところとそれに関連した問を再度解いてみる。[2]問題集や参考書の既習事項に関連した箇所の例題・問題に挑戦してみる。そういったことが大切である。さらに、学習の継続・習慣化を図り、学習の仕方を確立して高専数学を一歩一歩きちんと身につけながら新たな分野・領域に挑戦することが肝要である。
本年度から電子情報工学科に演習の時間を新設した。(→資料③　数学演習の心構え)演習の時間が不足がちであることを解消することの狙いがある。しかし、そのことよりも、学習習慣・学習の仕方の確立に関わる重要な側面を見逃すことはできない。規則正しい演習と時宜を得た小テストを混ぜながらこれを繰り返す、すなわち定期的な演習と小テストによる反復指導が学習習慣・学習の仕方の確立の下支えを作り出すことである。また、学習の仕方の確立には、日々の問題解法時に留意しなくてはいけないこととして次の4つのことが挙げられる。
①個々の解法やその根底の考え方、公式どうしを関連づけて統合的に処理する。
②自分自身で作り上げた解答を大切にさせ、模範解答によって間違った箇所を消すことなく，途中の計算式や論理的記述を含む自分の解答の添削をする。
③答のみの記述よりも、鉛筆を走らせながら解答へ至る筋道を大事にして記述する。
④筋道だった考え方による正解に着目して、論理を重視する態度、数学の理論的厳密さや論理的記述力を身につける。

5　実力養成・定期試験対策

(1)学力向上に向けて
基礎学力の定着の次の目標が学力向上である。間違えた問題の類似問題や既習問題を繰り返し練習することにより同じミスの防止や習熟効果をもたらす反復指導は学力向上には大きな役割を果たしている。また、同じ学年に出講の数学の先生の援助を得て質問教室や補習授業を開き、きめ細かく学生の質問に付き合う集団指導体制を支援する側面における指導、すなわち個別指導は、反復指導の効果と同様に学力向上には欠かせない。学力向上には反復指導と個別指導の二つが挙げられる。それらが両輪のように組み合わされていなければならない。反復指導が主として学習習慣の下支えを作り出すことに有効であることは前述の通りである。個別指導は個別対応から学生の疑問を一つ一つ解決していくことで学習への姿勢の積極性を作り出すことに有効であることの特徴がある。集団の決まりという枠組みの中で個別指導により学力向上面にお

ける学生の成長を図る方法論になるということである。

(2) 実力養成対策

①基本・基礎事項の定着

[1]練習ドリルⅠ、Ⅱの家庭学習

[2]解答を直接書き込んで提出

[3]A、B、C、D、E(Eランクは再提出)のランクに評価
→平生点に加点

②応用・発展問題に挑戦

[1]補充例題の提示と解法の説明

[2]問や節末・章末の練習問題および問題集のヒント提示(→資料④ P134 練習 2-A ヒント)

[3]節末・章末の練習問題および問題集の解答を問題を刷り込んだプリントに直接、またはレポート用紙に記述・提出

[4]A、B、C, D, E(Eランクは再提出)のランクに評価
→平生点に加点

(3) 定期試験対策

①定期試験に向けて(理解度チェック)

[1]学習目標(注意事項)
数学的な力

[2]必修問題
プリント番号または教科書の問題番号

[3]問題解法のための参照例題等
ページ数と例や例題番号

(→資料⑤ 定期試験に向けて 自己評価)

評価 ○、×、△の区別

○ 理解できる、解ける

× 理解できない、解けない

△ 半々

[1]学習目標	数学的な力	評価 ○、×、△の区別
[2]EX(ノート)の番号		理解できる、解ける ○、×、△の区別
[3]教科書の問題	問と例・例題番号	理解できる 解ける ○、×、△の区別

②定期試験に向けて(練習問題まとめ)

[1]教科書の重要な例題や問の問題を精選

[2]問題毎に解答欄を設けて解答を書き込むことができる余白を作る

[3]基礎・応用問題
既習事項の定着を図る基本的な問題と少し発展させた問題を精選

[4]解答を問題が刷り込まれたプリントに直接、またはレポート用紙に記述・提出

[5]A、B、C、D、E(Eランクは再提出)のランクに評価
→平生点に加点

6　意識の改革と見直し

(1) エピソード

①先生が子供たちに「これは知ってるだろう」とすっ飛ばして、子供たちにきちんと説明していない。その結果、子供たちはわかったような気にさせられているけれども、本当のところはわかっていないということがおこりうるのではないかと思うのです。

②最近、子供たちの学力の二極化が言われますが、問題になっているのは成績の低い子供が増えていることです。授業が解らないという子供を置き去りにしているのではないかということでもあります。いじめにあって不登校を経験した若者が自分たちから見た先生たちの信じられない体験を語っていました。中学校で不登校になり、定時制高校に通うようになった少女は「高校の英語の授業で解らないことがあって、授業のあと先生に質問に行ったら、『そんなことは中学校のうちにやってきたことだろう』といわれた。養護の先生のこんなことがあったと相談に行ったら、『あの先生は変わらないから、あなたが変わればいいのよ』と言われた。と話していました。この子はその後中退し、フリースクールに通うようになりました。別の学びの場が見つかったからいいようなものなのですが、こうした学校の先生の心ない対応で学びの意欲を失っている子が大勢いるのです。2006 年 NHK解説委員 早川信夫

(2) 指導法や授業体制の見直しと柔軟な対応

①指導法の丁寧な見直し

クラスの実態に応じて、式変形における行間の意味づけやステップ毎の計算過程についても細かいステップに細分化し、学生個々の対応にも配慮しながら懇切

丁寧に解説し、疑問点の解消に努めたり、割愛することによってなるべく理解しにくい状況を作り出したりしないようにする。また、例題や問題の解法で用いられた公式や定理を記述したり、復唱を通して確実に暗誦させたりして学生自身のものにする。

②授業体制（一斉・グループ・個別授業）の柔軟な使い分け

例題や問の解法の解説、陥りやすい誤りの指摘や公式の覚え方等の指導は一斉指導、同じような間違いを起こしたグループを集めての指導はグループ指導、個々の解答から、間違いを指摘、解説の繰り返し、ヒントや覚え方の復唱は個別指導と予め型にはめて指導しがちであるが、場面や状況を判断しながら、一斉の中でのグループや個別、グループの中での個別といったように的確で柔軟な指導体制を取っていく。

③定期試験に向けての取り組みの見直し

学生に板書で解答を書かせたから、あるいは学生自身の責任で解答・添削等の処理はできるから模範解答は必要がないと決めていた。しかし、板書の解答は満足のできる解答ではない場合もある。やり残した問題もある。数学に弱い学生もいる。これらの点を考慮しつつ最近は模範解答を準備する。

[1]教科書の例題や問の重要な問題の精選と指導順

ⅰ　妥当な例題の選定と配列の決定

ⅱ　計算・証明問題の練習問題の種類と個数及び配列の決定

[2]一度習ったことであっても忘れることもあると思って学生の質問には快く、懇切丁寧に答えるようにしている。

[3]基礎・基本の理解に重点を置いた指導に心掛けて、応用問題の質問もそこまで遡って理解できるように努める。

[4]学生の解法についてA、B、C、D、E（Eランクは再提出－設問別にコメントを付ける）のランクに評価→平生点に加点

[5]配付された模範解答により添削する。

④単独個人指導から集団指導体制への移行

[1]単独個人指導の限界

数学に関する情報の公開、数学質問教室・補習や追認試験の案内などは個々の数学掲示板で十分である。しかし、個別対応で学生の疑問点を解決していく手立てを取って数学の実力をつけたり、成績不振者への指導をしたりするには、個々の数学教員の工夫だけでは対応しきれなくなっている。

単独個人指導から集団指導体制へ移行できているのは、ⅰ　入学時における学習の仕方、ⅱ　配付プリント（問題と模範解答（試験問題も含む））の整理と保管の指示→プリント綴りとして整理と保管、ⅲ　数学質問教室・補習（成績不振者への対策）

[2]集団指導体制への移行

今後、学習意欲向上の側面から集団指導体制へ移行したいものは、ⅰ　学習指導点（平生点）（基礎・基本の定着と実力伸張のための課題）レポート課題の評価さらに授業に対する態度・姿勢の改善に結びつくような評価。また、改良を加えたいものは、項目[1]のⅱ　配付プリント（問題と模範解答（試験問題も含む））の整理と保管について：プリント綴りとしていつでも引き出して利用できるリングファイルの導入→3年生の到達度試験に活かす。

更に、集団指導体制で、成績に対する意識の向上のための新たな取り組みとして、ⅲ　数学成績自己管理表の作成：定期試験のおける個人成績を継続して記入し、成績の上がり下がりをグラフ化して捉え個々の学習の見直しに活かす。効果の上がる取り組みの模索。

7　参考文献

金山　證，高専数学を学生自身のものにするための指導法その I，富山商船高等専門学校研究集録, 41, 69-78, (2008)

金山　證，高専数学を学生自身のものにするための指導法その II，富山商船高等専門学校研究集録, 42, 125-144, (2009)

資料①解析Ⅰ後期中間試験問題

解析Ⅰ　後期中間試験問題 （金山教官）	平成 3 年 11 月 28 日　木曜日　2 時限	試験時間	50 分	採点	※
	学科　第　学年　番	氏名			

（使用持込　可・不　可　解答はすべて解答用紙に記入のこと）

1.　次の小問に答えよ。（答のみ記入）　(1)〜(3)については極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-\cos x}{x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{3x^2+x}$

(4)　$f(x)=x^2$ に対して，$a=2,\ b=6$ として，平均値の定理の式 $f(b)=f(a)+(b-a)f'(c)$　$(a<c<b)$ を満たす c の値を求めよ。

(5)　関数 $y=f(x)=\sin x$ $(0<x<2\pi)$ について，$f'(x)=0$ を解け。

(6)　関数 $y=f(x)=x+\dfrac{a}{x}$（a は正の定数）の極小値が6であるように定数 a の値を求めよ。

(7)　関数 $y=f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ $(-1<x<1)$ の最大値を求めよ。

(8)　関数 $y=f(x)=xe^x$ の変曲点を求めよ。

(9)　関数 $y=\cos x$ の $y^{(n)}$（第 n 次導関数）を求めよ。

(10) 関数 $f(x)=e^x$ のマクローリン展開を求めよ。

2.　関数 $y=f(x)=2x^3-9x^2+12x-4$ について

(1)　関数①の増減を調べ，極値を求めよ。また，増減表を完成せよ。

(2)　関数①の凹凸を調べ，変曲点を求めよ。また，凹凸表を完成せよ。

3.　関数 $y=\log(1+x)$ …①，$y=\dfrac{x}{1+x}$ …② について

(1)　関数①，②の y'（導関数）を求めよ。

(2)　$x>0$ のとき，不等式　$\log(1+x)>\dfrac{x}{1+x}$ が成り立つことを証明せよ。

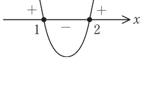
2 の解

(1)

1　$y'=f'(x)=6x^2-18x+12$
$\quad=6(x^2-3x+2)$
$=6(x-1)(x-2)$

2　$y'=0$ より　$x=1,\ 2$

3　y' の符号



4　増減表

x	…	1	…	2	…
y'	+	0	−	0	+
y	↗	極大 1	↘	極小 0	↗

5　極値

極大値　$x=1$ のとき
$y=f(1)=2-9+12-4=1$ 〃

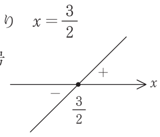
極小値　$x=2$ のとき
$y=f(2)=16-36+24-4=0$ 〃

(2)

1　$y''=f''(x)=12x-18$
$\quad=6(2x-3)$

2　$y''=0$ より　$x=\dfrac{3}{2}$

3　y'' の符号



4　凹凸表

x	…	$\frac{2}{3}$	…
y''	−	0	+
y	∩	変曲点	∪

5　変曲点

$x=\dfrac{3}{2}$ のとき

$y=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{27}{4}-\dfrac{81}{4}+18-4$
$\quad=\dfrac{1}{2}$

変曲点 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ 〃

3 の解

(1)　①より　$y'=\dfrac{1}{1+x}$

②より　$y'=\dfrac{1+x-x}{(1+x)^2}$
$\quad=\dfrac{1}{(1+x)^2}$

(2)

〔証〕

1　$f(x)=\log(1+x)-\dfrac{x}{1+x}$ とおく

2　$f'(x)=\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{1}{(1+x)^2}$
$\quad=\dfrac{x}{(1+x)^2}$

3　$f'(x)=0$ の解なし　（∵ $x>0$），

4　$f'(x)$ の符号　$x>0$ であるから
常に $f'(x)=0$

5　増減表

x	0	…
$f'(x)$	(0)	+
$f(x)$	(0)	↗

6　関数値　$f(0)=0$

$x\geqq 0$ のとき　$f(x)$ の min.
は　$f(0)=0$
したがって
$x>0$ のとき　$f(x)$ は増加
∴ $f(x)>f(0)=0$
∴ $\log(1+x)-\dfrac{x}{1+x}>0$
∴ $\log(1+x)>\dfrac{x}{1+x}$（終）

資料②　情報工学科第2学年解析 I 補充解答及び評価

情報工学科　第2学年　解析 I　　後期中間試験

1

(1) ロピタルの定理から

与式 $= \lim_{x\to 0}\dfrac{e^x+\sin x}{1} = \dfrac{e^0+\sin 0}{1} = \dfrac{1+0}{1} = 1$ 〃

(2) (1)と同じく

与式 $= \lim_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{1} = \left(= \dfrac{\frac{1}{\infty}}{1}\right) = 0$ 〃

(3) (1)と同じく

与式 $= \lim_{x\to\infty}\dfrac{4x}{6x+1} = \lim_{x\to\infty}\dfrac{4}{6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$ 〃

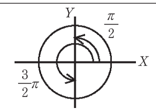
(4) $f(x)=x^2$　∴ $f'(x)=2x$　平均値の定理から $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$b=6,\ a=2,\ f(6)=6^2=36,\ f(2)=2^2=4$　$f'(c)=2c$ を代入して

$2c=\dfrac{36-4}{6-2}=\dfrac{32}{4}=8$　∴ $c=4$ 〃

(5) $f(x)=\sin x$　∴ $f'(x)=\cos x$

$\cos x=0\ (0<x<2\pi)$



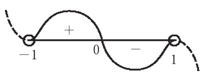
左図より $x=\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3}{2}\pi$ 〃

(6) $f(x)=x+\dfrac{a}{x}$　∴ $f'(x)=1-\dfrac{a}{x^2}=\dfrac{x^2-a}{x^2}$　∴ $f''(x)=\dfrac{a\cdot 2x}{x^4}=\dfrac{2a}{x^3}$

$f'(x)=0$ より $x=\pm\sqrt{a}$, $f''(\sqrt{a})=\dfrac{2a}{a\sqrt{a}}=\dfrac{2}{\sqrt{a}}>0$　したがって　$f'(\sqrt{a})=0,\ f''(\sqrt{a})>0$

だから極小値 $f(\sqrt{a})=\sqrt{a}+\dfrac{a}{\sqrt{a}}=2\sqrt{a}$　∴ $2\sqrt{a}=6$　∴ $\sqrt{a}=3$　∴ $a=9$ 〃

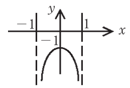
(7) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}\ (-1<x<1)$　∴ $f'(x)=-\dfrac{2x}{(x^2-1)^2}$　$f'(x)=0$ より　$x=0$,　(± 1) (2重解)　$f'(x)$ の符号



増減表

x	-1	…	0	…	1
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	極大	↘	

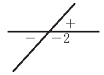
極大値 $f(0)=-1$，グラフ



グラフより最大値 $f(0)=-1$ 〃

(8) $f(x)=xe^x$　∴ $f'(x)=e^x+xe^x=e^x(x+1)$　∴ $f''(x)=e^x(x+1)+e^x=e^x(x+2)$

$f''(x)=0$ より　$x=-2$　$f''(x)$ の符号



凹凸表

x	…	-2	…
$f''(x)$	−	0	+
$f(x)$	∩	変曲点	∪

$f(-2)=-2e^{-2}=-\dfrac{2}{e^2}$

変曲点 $\left(-2,\ -\dfrac{2}{e^2}\right)$ 〃

(9) $y=\cos x$　$y'=-\sin x=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$　$y''=-\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=\cos\left(x+2\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)$　$y'''=-\sin\left(x+2\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\left(x+2\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\left(x+3\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)$

…　∴ $y^{(n)}=\cos\left(x+\dfrac{n\pi}{2}\right)$ 〃

(10) $f(x)=e^x,\ f'(x)=e^x,\ f''(x)=e^x,\ \cdots,\ f^{(n)}(x)=e^x$

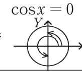
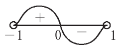
$f(x)$: $f(0)=1,\ f'(0)=1,\ f''(0)=1,\ \cdots,\ f^{(n)}(0)=1$

マクローリン展開，$f(x)=f(0)+f'(0)x+\dfrac{f''(0)}{2!}x^2+\ \cdots\ +\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\ \cdots$

∴ $e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\ \cdots\ +\dfrac{x^n}{n!}+\ \cdots$ 〃

補充解答及び講評

平均（点）	点数(点)	100	99〜90	89〜80	79〜70	69〜60	59〜50	49〜40	39〜30	29〜20	19〜10	9〜0	計
70.1／100	度数(人)	3	8	9	4	8	9	6	2				49
	相対度数(%)	6.1	16.3	18.4	8.2	16.3	18.4	12.2	4.1				100

設問		平均(点)	コメント
1	(1)	6.1／7	ロピタルの定理　微分 $(e^x)'=e^x$, $(\cos x)'=-\sin x$, 値 $e^0=1$, $\sin 0=0$ に注意
	(2)	6.6／7	〃　微分 $(\log x)'=\dfrac{1}{x}$　極限 $\dfrac{1}{\infty}=0$ に注意 一番できが良かった
	(3)	6.3／7	〃　一度しても $\dfrac{\infty}{\infty}$ となってもとめられないから二度用いる。微分 $(x^n)'=nx^{n-1}$ $\dfrac{4}{6}$ は定数だから x に無関係　$\lim_{x\to\infty}\dfrac{4}{6}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$ に注意
	(4)	6.2／7	平均値の定理を変形して $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ としてから値 $a=2$, $b=6$, $f(2)=4$, $f(6)=36$, $f'(c)=2c$ を代入して c を求めると無難　$f'(c)$ を $f(c)$ ととり違えたミスあり。
	(5)	4.8／7	微分 $(\sin x)'=\cos x$　$f'(x)=0$　すなわち　$\cos x=0\ (0<x<2x)$ を求める問題。弱い。 $\cos x$ は単位円の X 座標で表されるから図で  X 座標が0となる x は $\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3}{2}\pi$ とする。
	(6)	4.4／7	$f'(x)=\dfrac{x^2-a}{x^2}=0$ より　$x=\pm\sqrt{a}$,　$f''(x)=\dfrac{2a}{x^3}$ に　$x=\pm\sqrt{a}$ を代入してみると $f''(-\sqrt{a})<0$, $f''(\sqrt{a})>0$ となるから　$x=-\sqrt{a}$ で極大，$x=\sqrt{a}$ で極小となる。極小値 $f(\sqrt{a})=2\sqrt{a}$ としてこれが9と等しい。今一歩のできである。
	(7)	4.1／7	$f'(x)=-\dfrac{2x}{(x^2-1)^2}$ の符号 ，がわかれば増減表が作れるのであるが，増減表ができないため $x=0$ で極大になることがつかめなかったようだ。
	(8)	3.5／7	$f''(x)=e^x(x+2)=0$ より $x=-2$ なのに2としたミス，また $x=-2$ のとき $f(-2)=-\dfrac{2}{e^2}$ が求められたのに変曲点を座標 $\left(-2,\ -\dfrac{2}{e^2}\right)$ で表わさずそのままの $-\dfrac{2}{e^2}$ にした。惜しい。
	(9)	5.1／7	公式 $\cos\left(x+\dfrac{x}{2}\right)=-\sin x$，また $-\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right)$ と公式を繰り返して用いるところが大事。約束してあったので丸暗記していたものもいたようだ。
49.2／70	(10)	2.0／7	公式　$f(x)=f(0)+f'(0)x+\dfrac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots+\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\cdots$　そのまま書いたミス，また，無限級数なのに　$e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\cdots+\dfrac{x^n}{n!}$ としたミス。途中の項を忘れたミスもあった。一番出来が悪かった。
2		12.0／15	3次関数 N 字型の代表的なもの … これができなかった人は3年へ上れるかな (1) 極大，極小は増減表の中で使い，関数の状態を述べる。極大値，極小値は増減表の欄外にきちんと書くこと。max. は最大値，min. は最小値である。ここのミスもあった。 (2) $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$ の値ミス多い。$f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$ は変曲点といわない。1の(8)と同じミス。変曲点 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ である。
3		9.0／15	(1)は点数をとってほしいために出題したもの　y' を $y^{(n)}$ と間違えた答案が目立つ。もったいない。 (2) 左辺−右辺を $f(x)$ とおく所はさすがによく勉強してあった。しかし，$x>0$ であることを忘れたもの，増減表またはグラフでは $x\geqq 0$ で考え，min $f(0)=0$，よって $x>0$ のとき，$f(x)>f(0)=0$ の一行をきちんと書いてほしかった。
総合		70.1／100	8割以上が1の(1)，(2)，(3)，(4)と2よく出来ていた。逆に，悪かったのは，1の(10)約束してあったのに残念。(9)もそんなに難しくないはず。また，びっくりさせられたのは1の(8)の出来の悪さである。きちんととってほしかった。また，1の(5)三角関数が弱い。これから積分になるが，微分ができないと全くダメだからきちんと復習しておくこと。100点が3人もいた。素晴らしい。前期末が68.1点だから2.0点アップ。90台8人，80台9人，たいへん努力した。 40点未満(赤点)はレポート用紙に全問の問題と解答を書き，12／11(水)に提出

資料③　数学演習の心構え

数学演習の心構え

数学担当　　金山　證

Ⅰ　高専における情勢

最近の不況の煽りをもろに受けて、諸君は就職あるいは大学編入学のいずれかの道を選んでも非常に厳しい状況になってきています。

Ⅱ　前途を切り開く心構え

これらの厳しい状況を克服し、乗り越えていくには、要は就職試験にパスできる、大学編入学の推薦が受けられる、あるいは、編入学試験に合格できるような実力をつけることです。「実力なきものは去れ」の覚悟でやって欲しいものです。

Ⅲ　数学演習に対する取り組みを怠りなくする

授業で取り上げることができる問題は限られています。

①一人ひとりが授業に集中できる雰囲気はどんなものかを常に頭に描いて取り組むことが大切です。

②授業中にどうしたら指定された問題を解くことができるか振り返ることが重要です。
教科書で習った箇所を復習することが必要になるかもしれません。

③残された問題については家庭学習が欠かせません。
家庭学習が充実できるように工夫してやることが肝要です。

④「継続は力なり」ということわざがあります。
そのためには、毎日自身で決めた時間に少なくとも50分取り組むことが不可欠です。

留意事項

１、授業の進度は50分につき指定された奇数回の２回分（解答20分／１回、添削10分／２回）のペースでやる。

(1) 50分の範囲内で奇数回の２回分を完成するように真剣に取り組むこと。

(2) 忘れていたり、よく解らないところが出てきたら必ず教科書、あるいは参考書で確認のこと。

(3) 質問するときは静かに挙手のこと。

(4) 20分で１回を終了する。２回分終了後10分は解答で赤ペンを用いて間違えたり、解らなかったりした問題の添削、および○つけを赤ペンで行うこと。余力がある者は偶数回や残りの回に挑戦する。終了したら必ず解答で添削のこと。

(5) 演習があったその日を大事にして疑問を残さないように最大限の努力をしてから帰ることを心掛けること。

(6) 偶数回の２回分、及び残りの回は家庭でやっておくこと。終了したら添削・○つけを忘れないこと。

２、授業の準備をきちんとする

(1) 演習のテキスト：　練習ドリル数学Ⅰと練習ドリル数学Ⅱ、終了後、練習ドリル数学B

(2) 教科書：「基礎数学」
終わり次第　教科書「微分積分１」、教科書「線形代数」

(3) 参考書：チャート式　基礎からの「数学Ⅰ＋A」と基礎からの「数学Ⅱ＋B」
終わり次第　参考書 チャート式　基礎からの「数学Ⅲ＋C」

(4) 計算・やり直しノート（１冊のノートに計算や問題のやり直しを行う）

３、この時間は演習が主であるから休まないように心掛ける

(1) やむをえず欠席の場合には、欠席理由書を提出してもらいます。

(2) 欠席した日の授業でやった分及びそれに相等する偶数回については、必ず自分で解いておくこと。

４、次の６項目を平生点に入れる

下記の(5)と(6)については、必ず解答で赤ペンを用いて間違えたり、解らなかったりした問題の添削、
および、○つけを行ったものを指定された期限までに提出すること。

(1) 授業への出席
授業を大切にする。

(2) 始業ベル前に下記に示すものの授業の準備ができている。
時間を有意義に使う。

①演習のテキスト：　練習ドリル数学Ⅰと練習ドリル数学Ⅱ、終了後練習ドリル数学B

②教科書：　「基礎数学」

③参考書：　チャート式　基礎からの「数学Ⅰ＋A」と基礎からの「数学Ⅱ＋B」

④計算用紙（１冊のノートを用いて計算や問題のやり直しを行う）

(3) 授業中の態度－真面目、真剣味、意欲、関心、積極性等
授業に集中する－よそ見をしない、寝ない、しゃべらない、席を立たない、物を口にしない、

(4) 演習はあくまで個人の責任で行う。
友人への質問・相談は時間外の休み時間や放課後を利用のこと

(5) ①まとめのテスト→採点→提出→チェック→返却
本人の理解度の判定・評価
②返却されたまとめのテスト→添削→再提出→チェック→返却
本人の既習事項の理解の確認

(6) 授業でやれなかった問題の解答を書き込み、添削・○つけしたテキストを定期考査の直前等の指定日に提出をする。
本人の努力の結果の評価

資料④　P134 練習 2－A　ヒント

解析

P134　練 2－A　ヒント　H22. 2.

1　(1) $x=t^2-1$ から t を x で表し，$y=t^3$ に代入して y を x で表す。$y=\left(x+1\right)^{\frac{3}{2}}(-1\leqq x\leqq 0)$，$y=x^{\frac{3}{2}}$ を x 軸方向に -1 平行移動したものを図示する。媒介変数 (t) 表示による面積公式

(2)　$\cos\theta$ は偶関数であるから，x 軸対称，$\theta\geqq 0$ で対応表をかいて図示。極座標による面積公式，x 軸対称を利用すると偶数の公式が適用できる。

2　(1) $x=\dfrac{t^2}{2}$ から t を x で表し，$y=\dfrac{t^3}{3}$ に代入して y を x で表す。$y=\dfrac{\sqrt{2}}{12}x^{\frac{3}{2}}$　$\left(0\leqq x\leqq\dfrac{1}{2}\right)$　媒介変数 (t) 表示による長さの公式，置換積分 $t^2=u$ とおく

(2) $\sin\theta$ は奇関数，$x=\dfrac{\pi}{2}$ に対して対称であるから y 軸対称，$\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ で対応表をかいて図示。極座標による長さの公式

3　$x=t^3$ から t を x で表し，$y=t^2$ に代して，y を x で表す。$y=x^{\frac{2}{3}}$ $(0\leqq x\leqq 1)$ 媒介変数 (t) 表示による回転体の体積の公式

4　(1) 相互関係の公式 $\cos^2 t+\sin^2 t=1$ … ①を見すえて　$x=a\cos^2 t$ から $\cos t$ を x で，$y=a\sin^3 t$ から $\sin t$ を y で表す。これらを①に代入して，x, y の関係式で表し，$a^{\frac{2}{3}}$ をかけて整理した形にする。$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$　2乗があるから x を $-x$, y を $-y$ とおいても与式は不変であるから，y 軸，x 軸について対称である。第1象限について詳しく調べる。ここでは $x=0$, 1 に対応するときの y の対応表しか作れない。そこで，$x=\cos^3 t$, $y=\sin^3 t$ から t と x，t と y の対応表を作って x, y の対応を見て図示

$\left\{\begin{array}{l}(2)\\(3)\end{array}\right.$ 媒介変数 (t) 表示による面積，長さの公式（ともに対称性を利用して求めよ。）

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\sin^4 t\,dt$ を偶数の公式を用いるために　$\cos^2 t=1-\sin^2 t$ を代入して $\cos^2 t$ を $\sin^2 t$ に直し，$\sin^4 t$ を分配法則を用いてかける。

(3) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin t\cos t\,dt$　　$(\sin t)'=\cos t$ であるから　　$\sin t=u$ とおいて置換積分，または2倍角公式

$\sin 2t=2\sin t\cos t$ から　　$\sin t\cos t=\dfrac{1}{2}\sin 2t$ として積分する。このとき $\displaystyle\int\sin at\,dt=-\frac{1}{a}\cos at+c$

5　(1) 1の(2)の根号がない形である。同様に考えて，x 軸対称，$\theta\geqq 0$ で対応表をかいて図示。

(2) 極座標による面積公式，このとき，$\displaystyle\int\cos a\theta\,d\theta=\frac{1}{a}\sin a\theta+c$

6　(1) 置換積分　　極限値があるので略記可

(2)　〃　　〃

(3) 部分積分　　〃

(4) 置換 〃　　不定積分の $x=0$ のとき極限値がないので $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ の代りに $\displaystyle\lim_{\varepsilon\to+0}\int_\varepsilon^1 f(x)\,dx$ を用いてかく。

資料⑤　定期試験に向けて自己評価

自己評価　（　）学科（　　）番　氏名（　　　　　　　　　）

評価　理解できる，解ける…○　できない…×　半々…△

4　行列

学習目標	評価	EX（ノート）	理解できる	解ける	教科書問題	理解できる	解ける
1．行列の積について結合法則が成り立つこと，交換法則が成り立たないこと，単位行列の性質，その行列式の値，積の転置行列の公式，その行列式の値，積の行列式の公式を導くことができる。また，それらを用いて問題が解ける。		EX1 (1) (2) (3) (4) (5)			P116　問4 P117　例2 P118　問5 例題1 P119　問1 P122　問1 問2 P125　演1の1〜3		
2．零因子の定義が理解できる。また，それを利用して問題が解ける。		EX2 (1) (2)			P119　例題2 問2 P125　演1の4		
3．証明問題…行列と転置行列の積，行列式の値，積の行列式の公式を用いた等式，行ベクトルの関係式からの行列式の値，ケイレイ・ハミルトンの公式，それを利用した A^3 の値を導くことができる。		EX3 (1) (2) (3) (4)			P120　例題3 P123　例題1 P124　問3 問4 問5 P125　演1の7 8 9		
4．(i, j) 成分と行列 A, A^2, A^3 の値，A から A^n（累乗）の値を求めることが出来る。		EX4 (1) (2)			P120　問3 問4 問5 P125　演1の5，6		
5．掃き出し法を用いて連立方程式を解くことができる。また逆行列も求めることができる。		EX5 (1) (2)			P126　例題1 P128　問1 P133　例題3 問9 P137　例題5 問12		
6．2次や3次の逆行列の公式を導くことができる。また，それを用いて逆行列を求めることができる。さらに連立方程式を解くことができる。		EX6 (1) (2) EX7 (1) (2)			P128　問1 P130　例題1 P131　問3 P136　例題4 P137　問10 問11 P138　問13		
5と6を合せて，問題を解くことができる。					P139　演2の1〜3 P140　〃 8〜10		
7．正則行列の定義が理解できる。また連立方程式が $x=y=z=0$ 以外の解をもつ条件が理解できる。また，それを用いて問題が解ける。		EX8 (1) (2)			P140　演2の7 P139　〃 4		
8．証明問題…正則行列に関するもの，ケイレイ・ハミルトンの公式を利用するもの，逆行列に関するもの，を導くことができる。		EX9 (1) (2) (3)			P129　問1 P130　問2 P131　問4 例題2 問5 問6 P132　問7 問8 P139　演2の5 〃 6		
9．対称移動や変換を行列を用いて表示することができる。		EX10 (1) (2) (3) (4)			P141　例1 問1 P142　例2 問2 P143　例3 問3 P144　問4		
10．1次変換の行列，像，原像の定義が理解できる。また，それを用いて直線の移動に関する問題を解くことができる。		EX11 (1) (2) (3) (4)			P144　例4 問5 例題1 P145　問6		
11．θ 回転の行列を導くことができる。また，それを用いて 45° 回転の行列，楕円の回転に関する問題を解くことができる。さらに回転を表す1次変換の行列から回転の角度を求めることができる。		EX12 (1) (2) (3)			P147　例1 問1 問2 例題1 P148　問3		
12．プリント課題 プリント問題1〜7							