

円管上の液膜を利用した集塵機の数値解析 （第一報；単段配管の最適化）

白川英観*1, 和田篤史*2

Numerical Analysis of Dust Extractor using Liquid Film on Round Tube. (1st Report ; Optimization of piping of single steps.)

SHIRAKAWA Hidemi*1

WADA Atsushi*2

The dust extractor using liquid film on round tube has some advantages such as no filter, low running power and easy maintenance. In order to improve the ratio of caught dust, the flows in the duct that has arrayed tubes to single step were calculated by simulation. The estimating equations about both the pressure loss and the ratio of caught dust are obtained from numerical result. Using the estimating equations, the optimized array of tubes to single step are obtained.

Key Words: Dust Extractor, Optimization, Numerical Analysis

1. 緒言

現在、工場などからの排出ガスに含まれる粉塵による大気汚染や花粉などによる健康被害などが問題になっている。これらの粉塵や花粉を取り除くものとして集塵機がある。集塵機では、サイクロンによる遠心力を利用し密度の高い粉塵を分離するもの、放電により粉塵に電気を帯びさせて取り除くもの、水の中を通して取り除くものなど、様々な方法が用いられている。その中の1つに、千鳥格子状に配置した円管上に薄い液膜を形成し、その液膜に衝突する粉塵を除去する集塵機^[1]がある。この集塵機は、粉塵を取り除くためのフィルターを必要とせず、空気を送風するのに必要なエネルギーが少なくて済むばかりではなく、掃除などのメンテナンス性も高い特徴がある。しかし、この集塵機では、粉塵を効率よく液膜に衝突できるように円管を配置しなくてはならない。管群に関して圧力損失に関する研究^{[2],[3]}はあるものの粒子の捕獲量に関する研究は殆どない。

そこで、本研究は、円管上の液膜を利用した集塵機の最適な円管配列を数値計算で求めることを目的とする。

本報では、流れ方向に対して1段に配列された円管を有するダクト内の流動分布や圧力分布を、2次元の層流・非圧縮の流動解析法で、管の直径や配列の距離を変えて数値計算を行った。次に、流動分布より粉塵の軌跡および捕獲率を算出し、粉塵の捕獲率の推定式を求めた。さらに、推定した方程式を用いて、捕獲率/圧力損失を目的関数として、円管の配列の最適化を行った。その後、圧力損失と捕獲率の推定式の理論的な導出を試みた。

2. ダクト内の流動解析法

2.1 計算領域および計算格子

円管上の液膜を利用した集塵機のダクト内は、Fig. 1のように多くの円管で構成されている。全ての領域を計算領域にして計算すると時間がかかってしまう。本報では、円管の配列は単段を対象としているので、流れ方向には2列の円管で良いが、流路幅方向には多くの円管が存在する。そこで、流路幅方向に対しては対称性を考慮して、Fig. 2のように、流路内の一部を計算領域とする。流動計算は、2次元直交格子であるスタッガード格子で行う。そのため、円管部分の形状は階段状で近似して、流動分布を求める。

*1 : 機械システム工学科 e-mail: shira@nc-toyama.ac.jp

*2 : 専攻科 機械・電気システム工学専攻

2.2 基礎式と計算方法

ダクト内の流動は、2次元の層流・非圧縮流体とすると、連続の式とナビエ・ストークスの式は次式で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right\} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right\} \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

この基礎式をスタッガード格子で差分化し、SOR法により流動分布と圧力分布を求める。

3. 流入速度 1m/s の場合

3.1 ダクト内の流動・圧力分布

3.1.1 流動分布

管直径および管間隔を変えて計算を行った。計算条件をまとめて、Table 1 に記す。Fig. 3 は、流動計算により求められた流動分布を流線で示したものである。円管の後部に渦ができており、流れに垂直な間隔が狭いほど細長い渦ができているのが分かる。

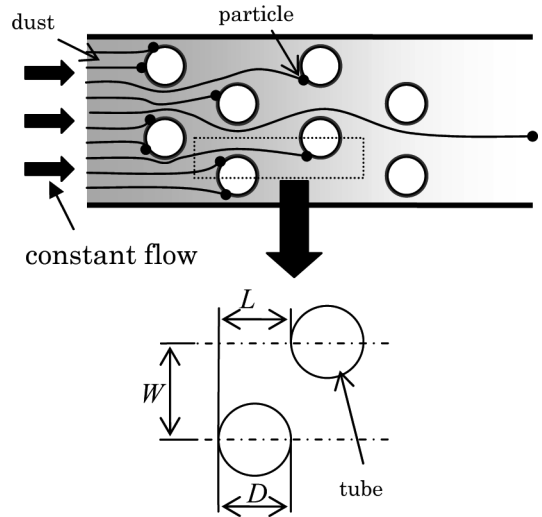


Fig. 1 Dust extractor

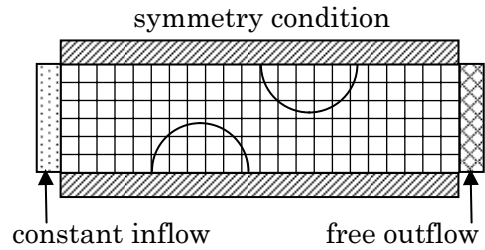


Fig. 2 Calculation lattice and boundary condition

Table 1 Calculation condition

Distance of between tube in y axial, L [mm]	12,16,34
Distance of between tube in x axial, W [mm]	12,13,20
Tube diameter, D [mm]	12,16

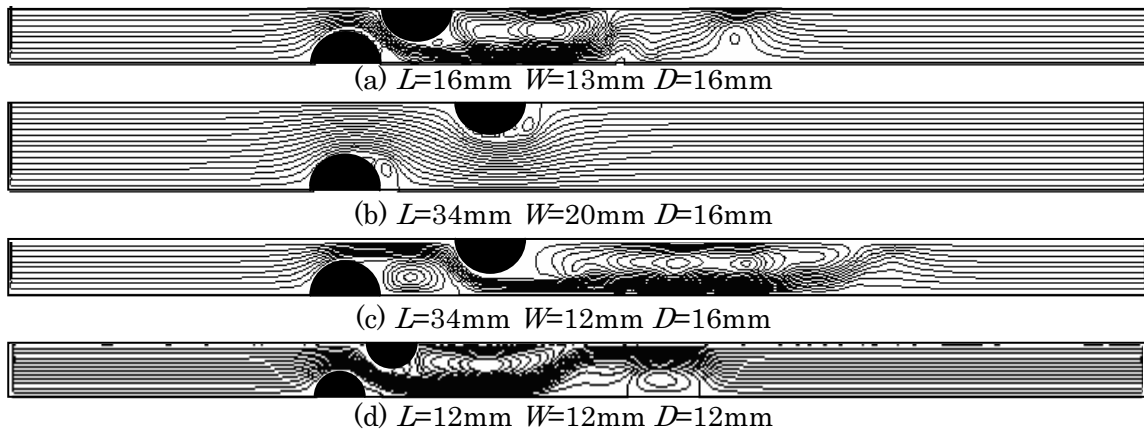


Fig. 3 Velocity distribution

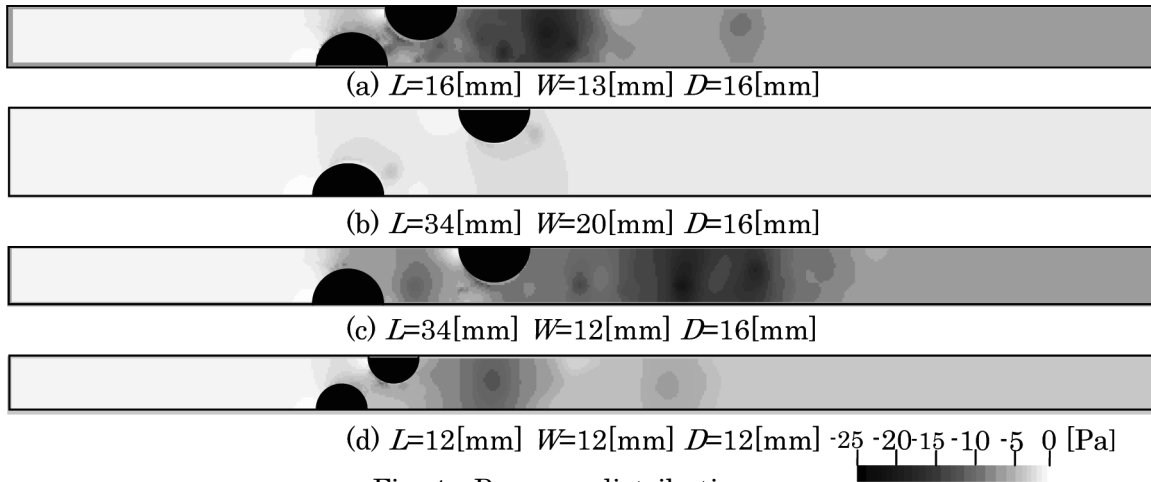


Fig. 4 Pressure distribution

3.1.2 圧力分布

Fig. 4 は一様流速 1m/s で計算を行った時の圧力分布を濃淡で示したものである。管間隔が狭いほど圧力損失が大きいのが分かる。そこで、式(3)の値を x 軸として圧力損失を y 軸としてプロットしたものが Fig. 5 である。圧力損失 P_{loss} を式(4)で推定できることが分かった。

$$X = \frac{2}{L/D - 0.5} + \frac{3}{W/D - 0.5} \quad (3)$$

$$P_{loss} = 0.08X^{1.6} \quad (4)$$

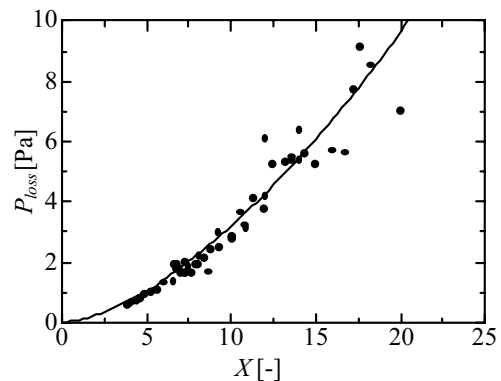


Fig. 5 Pressure loss

3.2 粉塵の軌跡解析法

捕獲率は集塵機の性能を決定する大きな要因である。よって、管の配置や管径を変化させ、捕獲率を計算し、更に粉塵径が異なる場合の捕獲率も含めた推定式を導出した。

3.2.1 計算条件と基礎式

流動分布を利用して粉塵粒子の軌道を計算する。粉塵粒子は球形とし、空気と粒子との速度差により流動抵抗を受けて移動すると仮定すると、基礎式は式(5)になる。ここで、球形の抗力係数にはストークスの式を用いた。

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= -C_D \frac{\rho_{air}}{2} |\Delta U| \Delta U \cdot A \\ \Delta U &= U_p - U_a, m = \rho_p \frac{4}{3} \pi r^3 \\ m &= \rho_p \frac{4}{3} \pi r^3, C_D = \frac{24}{Re}, Re = \frac{2r \cdot |\Delta U| \cdot \rho_{air}}{\mu_{air}} \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_p \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\partial U}{\partial t} &= - \frac{24}{\mu} \frac{\rho_a}{|\Delta U| 2r} \frac{\rho_a}{2} |\Delta U| \Delta U \pi r^2 \\ \frac{\partial U}{\partial t} &= \frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{6}{Re} \frac{DU}{r} \Delta U \frac{\pi r^2}{\frac{4}{3} \pi r^3} \\ &= \frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{9}{2 Re} \frac{D}{r^2} \Delta U \cdot U \\ &= k \Delta U \end{aligned} \right\} (5)$$

ただし

$$k = \frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{9}{2 Re} \frac{D}{r^2} U$$

3.2.2 計算結果と推定式の導出

求めた粉塵粒子の軌跡の例を Fig. 6 に示す。粒子は、流れによって移動し一部は円管上に衝突している。同じ流動分布でも粒子径が大きいほど、円管に多く衝突している。円管に衝突す

る粒子の割合を捕獲量として算出した。

Fig. 7 は式(6)の値を X 軸として捕獲率 R_p をプロットしたものである。すべての粒子径や、流路形状に対してほぼ式(7)で推定できることが分かった。

$$Y = \frac{\{(L^2 - W^2)^{0.5} - D\}^2 D^2 W}{r^2 L^3} \quad (6)$$

$$R_p = \min\left(\frac{1}{4Y}, 1\right) \quad (7)$$

3.3 千鳥配列の最適化

圧力損失および捕獲量の推定式を求めることができた。この推定式を用いて千鳥配列の最適化を行う。最適化の目的関数として、捕獲量／圧力損失を選んだ。Fig. 8 は、粒子径が 5, 9, 13 μm で円管径が 12, 16, 20mm 時の目的関数の値である。流路の幅が広くなるにつれて大きくなり、ある点をピークに小さくなっている。このピークの地点(○)が最適な配置の時であり、推定式を用いて最適配置を求めることができる。

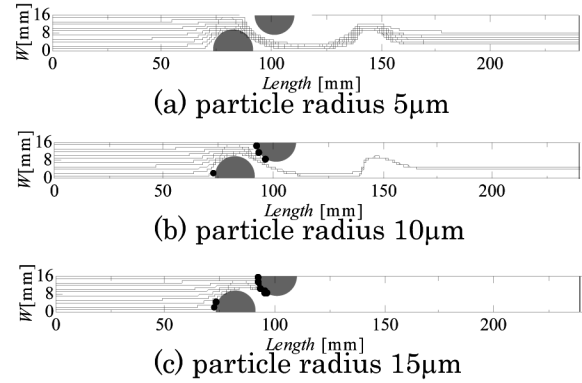


Fig. 6 Action of a particle

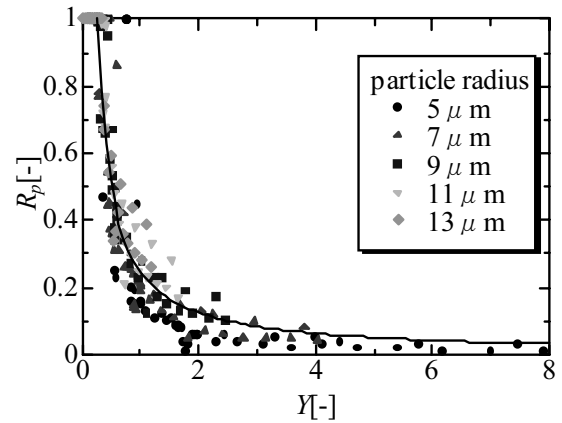


Fig. 7 Rate of caught particle

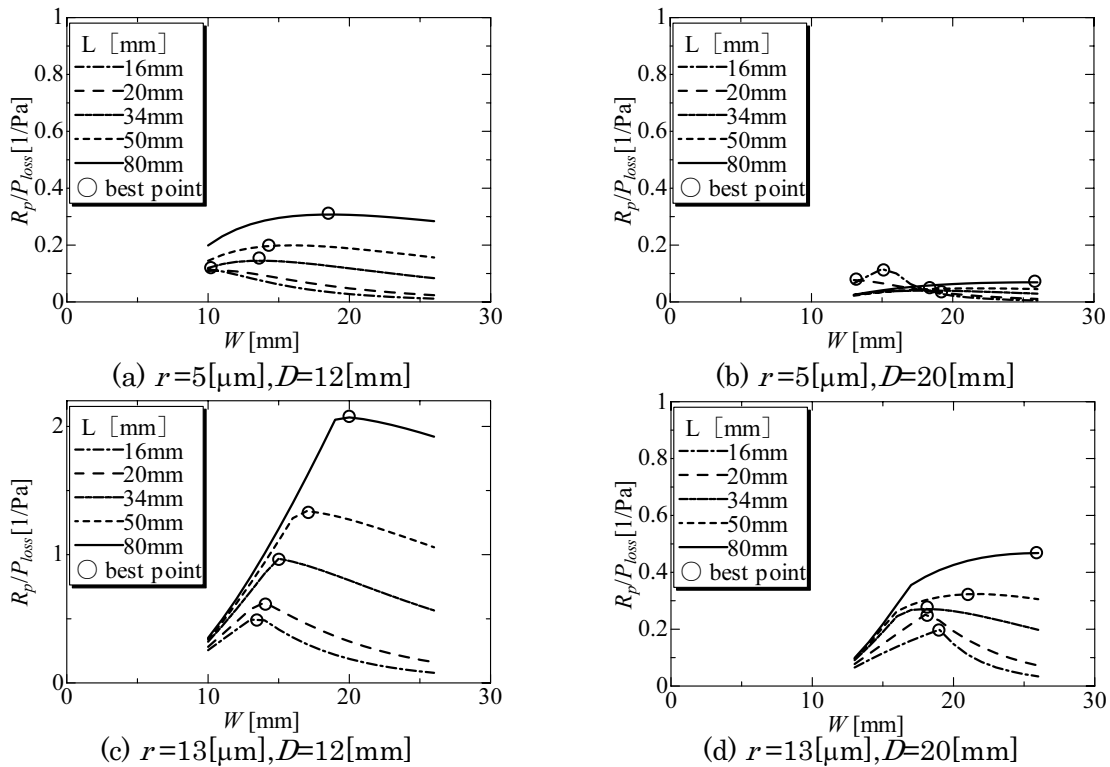


Fig. 8 Best plover arrangement tube

4. 速度が異なる場合

流入速度 1m/s での圧力損失・捕獲率の推定式および最適化を行うことができた。次に、同様の条件・基礎式のもと、流入速度が異なる場合の圧力損失・捕獲率の推定式の導出を行った。

4.1 ダクト内の流動・圧力分布

4.1.1 流動分布

同一の配置で速度を変化させ計算を行った。計算条件は円管距離 L が 28mm, 流路幅 W が 12mm, 管径 D が 16mm で、速度は 1.0, 0.5,

0.1, 0.05m/s の 4 種類とする。Fig. 9 は流動計算により求められた速度分布を流線で示したものである。速度が速いほど円管の後部に大きな渦ができています。

4.1.2 圧力分布

Fig. 10 は流動分布と同一条件での圧力分布を式(8)に示すように動圧で無次元化し、濃淡で示したものである。流入速度が速いほど圧力損失が大きいの分かる。

$$P_{loss}^* = \frac{P_{loss}}{\rho U^2 / 2} \quad (8)$$

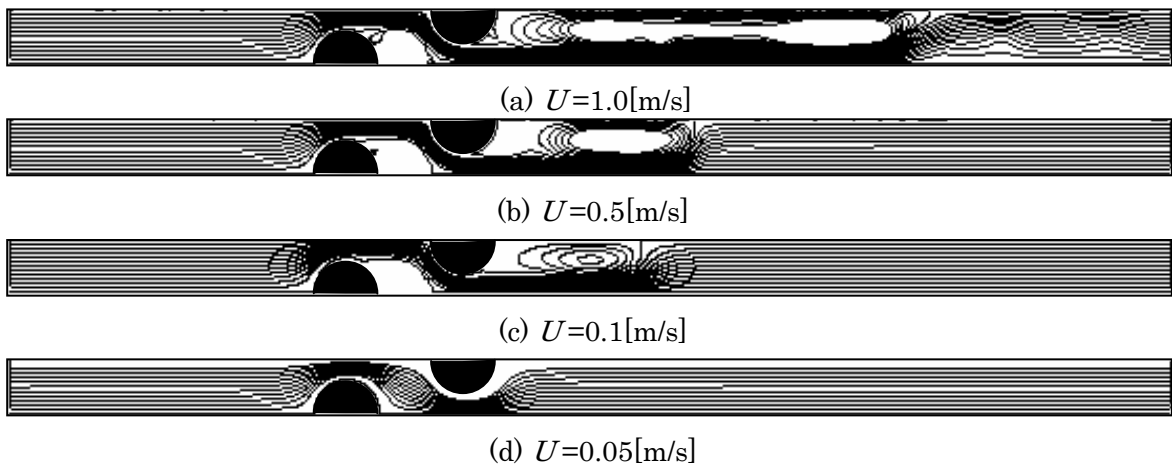


Fig. 9 Velocity distribution

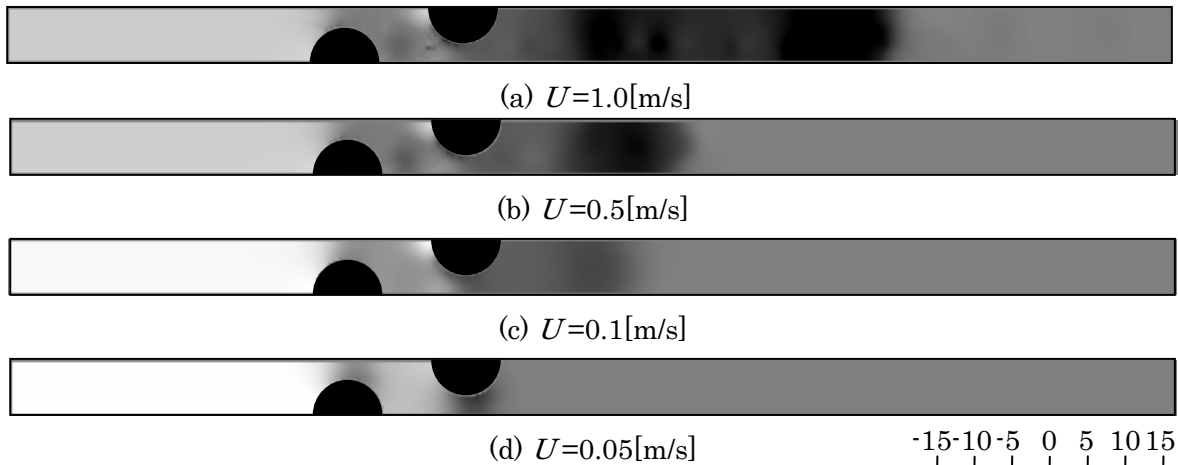


Fig. 10 Pressure distribution

4.2 圧力損失の推定式導出

圧力損失の推定式は Fig. 11 に示すように慣性力による損失と、管の間の粘性による損失からなると考えられる。慣性力による損失 ΔP_i は式(9)で表される。

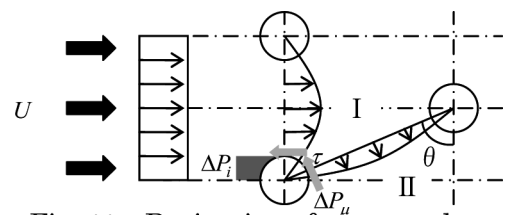


Fig. 11 Derivation of pressure loss expression

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{WH} &= \alpha \frac{1}{2} \rho U^2 D H \\ \frac{\Delta P_i}{\rho U^2 / 2} &= \alpha \frac{D}{W} \end{aligned} \right\} (9)$$

次に、層流のため管と管の間は、ポワズユ流れであると仮定する。まず、図中の I の部分での粘性力による損失 $\Delta P_{\mu I}$ を考えると粘性応力は式(10)で表される。

$$\tau_I = -\mu \frac{\partial U_I}{\partial y} = -\mu \frac{12WU}{(2W-D)^2} \quad (10)$$

また、作用する円管上の面積は相対する管が存在する範囲より求めると式(11)で表される。

$$A_I = \frac{D}{2} \frac{D}{2W} H \quad (11)$$

式(10)、式(11)より I の部分での損失は式(12)となる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\mu I} WH &= \beta (-\tau_I) A_I = \mu \frac{12WU}{(2W-D)^2} \frac{D^2 H}{4W} \\ \frac{\Delta P_{\mu I}}{\rho U^2 / 2} &= \beta \frac{\mu}{\rho U^2 / 2} \frac{D^2}{4W^2} \frac{12WU}{(2W-D)^2} \\ &= \beta \frac{\mu}{\rho U D} \frac{D^3}{W} \frac{6}{(2W-D)^2} \\ &= \beta \frac{1}{\text{Re}} \frac{D^3}{W} \frac{6}{(2W-D)^2} \end{aligned} \right\} (12)$$

同様に、流れに対して斜め方向の管と管との間の粘性力による損失 $\Delta P_{\mu II}$ を考える。粘性応力は式(13)で表される。

$$\tau_{II} = -\mu \frac{\partial U_{II}}{\partial y} = -\mu \frac{6WU}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \quad (13)$$

また、作用する面積は式(14)で表される。

$$A_{II} = \frac{D}{2} \frac{D}{\sqrt{L^2+W^2}} H \quad (14)$$

式(13)、式(14)より II の部分での損失は式(15)となる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\mu II} WH &= \gamma (-\tau_{II}) \cos \theta A_{II} \\ &= \gamma \mu \frac{6WU}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \frac{D^2 H}{\sqrt{L^2+W^2} 2\sqrt{L^2+W^2}} \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta P_{\mu II}}{\rho U^2 / 2} &= \gamma \frac{\mu}{\rho U^2 / 2} \frac{3WU}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \frac{D^2}{L^2+W^2} \\ &= \gamma \frac{\mu}{\rho U D} \frac{6}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \frac{WD^3}{L^2+W^2} \\ &= \gamma \frac{1}{\text{Re}} \frac{6}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \frac{D^3}{W} \frac{W^2}{L^2+W^2} \end{aligned} \right\} (15)$$

よって、すべての損失を考慮すると式(16)で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta P}{\rho U^2 / 2} &= \frac{1}{\rho U^2 / 2} (\Delta P_i + \Delta P_{\mu I} + \Delta P_{\mu II}) \\ &= \alpha \frac{D}{W} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{D^3}{W} \left\{ \frac{6\beta}{(2W-D)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{6\gamma}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \frac{W^2}{(L^2+W^2)} \right\} \end{aligned} \right\} (16)$$

ここで、 $\alpha = \frac{1}{2}$ 、 $\beta = \frac{1}{3}$ 、 $\gamma = \frac{1}{6}$ とし、式(16)より

求められる値 X を x 軸、圧力損失を動圧で無次元化したものを y 軸としてプロットしたものが Fig. 12 である。圧力損失を式(17)で推定できることがわかった。

$$\left. \begin{aligned} P_{loss}^* &= \frac{P_{loss}}{\rho U^2 / 2} = 40 \left(X - \frac{1}{\pi} \right) \\ X &= \frac{1}{2} \frac{D}{W} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{D^3}{W} \left\{ \frac{2}{(2W-D)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(\sqrt{L^2+W^2}-D)^2} \frac{W^2}{(L^2+W^2)} \right\} \end{aligned} \right\} (17)$$

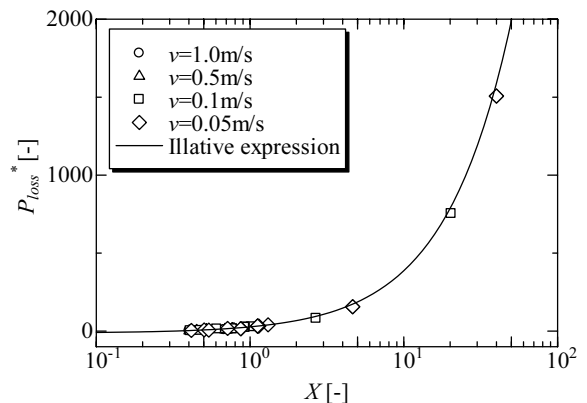


Fig. 12 Pressure loss

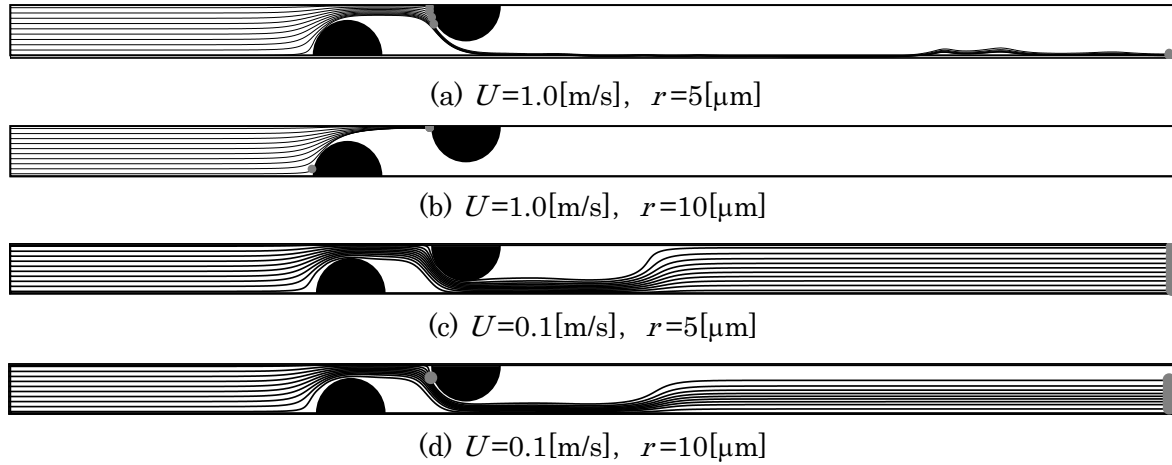


Fig. 13 Action of a particle

4.3 粉塵の軌跡

流動場より粒子の軌跡解析法で求めた，流入速度の異なる条件の粉塵粒子軌跡の例を Fig. 13 に示す．速度が速いほど，また粒子径が大きいほど粒子は多く円管上に衝突している．

4.4 捕獲率の推定式導出

捕獲される粒子の割合 R_p は，流路における管の投影面積割合に比例し，粒子が持つ運動エネルギーが大きいかほど多くの粒子が衝突する一方，空気の流れから受けるポテンシャルエネルギーが大きいかほど，流れに沿って流れるため，粒子の衝突は少なくなると考えられる．よって，流路に対する管の投影面積割合 A ，それぞれの方向の運動エネルギーを E_{kx}, E_{ky} ，ポテンシャルエネルギー E_{px}, E_{py} とすると捕獲率は式(18)で表される．

$$R_p = \alpha \times A \times \left(\frac{E_{kx}}{E_{py}} + \frac{E_{ky}}{E_{px}} \right) \quad (18)$$

ここで，それぞれの方向の運動エネルギー E_{kx}, E_{ky} は式(19)，ポテンシャルエネルギー E_{px}, E_{py} は式(20)で表される．

$$E_{kx} = \frac{1}{2} m U_{px}^2, \quad E_{ky} = \frac{1}{2} m U_{py}^2 \quad (19)$$

$$E_{px} = m \frac{\partial U_x}{\partial t} U_x \delta t \quad (20)$$

$$= mk \left(\frac{U_{px}}{U_{ax}} - 1 \right) \delta t$$

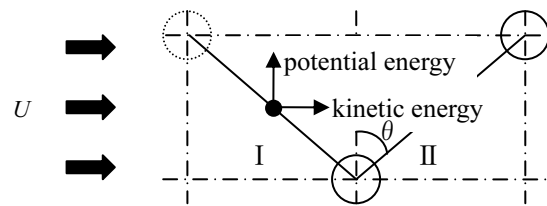


Fig. 14 Derivation of rate of caught particle expression

$$E_{py} = m \frac{\partial U_y}{\partial t} U_y \delta t \quad (21)$$

$$= mk \left(\frac{U_{py}}{U_{ay}} - 1 \right) \delta t$$

また，粒子が管を避けるのに必要な時間 δt は，式(22)で定義する．

$$\delta t = \frac{D}{2U_{py}} \quad (22)$$

よって，速度の水平方向成分，垂直方向成分はそれぞれ式(23)となる．

$$U_{ax} = \frac{W}{\sqrt{L^2 + W^2} - D} U \cos \theta \quad (23)$$

$$= \frac{WU}{\sqrt{L^2 + W^2} - D} \frac{W}{\sqrt{L^2 + W^2}}$$

$$U_{ay} = \frac{W}{\sqrt{L^2 + W^2} - D} U \sin \theta$$

$$= \frac{WU}{\sqrt{L^2 + W^2} - D} \frac{L}{\sqrt{L^2 + W^2}}$$

これらの値を式(18)に代入すると II の部分の流れで捕獲される割合 R_{pII} は式(24)になる．

$$\begin{aligned}
R_{pII} &= \alpha \frac{D}{2W-D} \times \\
&\quad \left(\frac{\frac{1}{2}U_x^2}{k\left(\frac{U_{py}}{U_{ay}}-1\right)U_y^2\delta t} + \frac{\frac{1}{2}U_y^2}{k\left(\frac{U_{px}}{U_{ax}}-1\right)U_{xy}^2\delta t} \right) \\
R_{pII} &= \frac{\alpha}{\left(\frac{U_p}{U_a}-1\right)} \frac{D}{2W-D} \frac{1}{k\delta t} \left(\frac{W^2}{L^2} + \frac{L^2}{W^2} \right) \\
&= \frac{\alpha'}{\left(\frac{U_p}{U_a}-1\right)} \frac{D}{2W-D} \frac{1}{\frac{\rho_a}{\rho_p} \operatorname{Re}} \frac{1}{r^2} \frac{DU}{D} \frac{DU}{D} \left(\frac{W^2}{L^2} + \frac{L^2}{W^2} \right) \quad (24) \\
&= \frac{\alpha'}{\left(\frac{U_p}{U_a}-1\right)} \frac{\rho_p}{\rho_a} \operatorname{Re} \frac{\frac{1}{2}r^2}{DU} \frac{2D}{(2W-D)D} \\
&\quad \frac{WU}{\sqrt{L^2+W^2}-D} \frac{L}{\sqrt{L^2+W^2}} \left(\frac{W^2}{L^2} + \frac{L^2}{W^2} \right) \\
&= \frac{\alpha'}{\left(\frac{U_p}{U_a}-1\right)} \frac{\rho_p}{\rho_a} \operatorname{Re} \frac{r^2}{DW} \frac{1}{\left(2-\frac{D}{W}\right)\sqrt{L^2+W^2}-D} \frac{W}{\frac{L}{\sqrt{L^2+W^2}} \left(\frac{W^2}{L^2} + \frac{L^2}{W^2} \right)}
\end{aligned}$$

次に I の部分の流れで捕獲される割合を考える．第 1 管目では図中の点線で示す架空の管との間の流れを考慮する．今，影響を最も受ける角度は $\theta = 45^\circ$ の時である．よって，式(24)に $L=W$ を代入すると，I の部分の流れで捕獲される割合 R_{pI} が求まり式(25)で表される．

$$\begin{aligned}
R_{pI} &= \frac{\beta}{\left(\frac{U_p}{U_a}-1\right)} \frac{\rho_p}{\rho_a} \operatorname{Re} \frac{r^2}{DW} \frac{1}{2} \frac{W}{W\sqrt{2}-\frac{D}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (25) \\
&= \frac{\beta}{\left(\frac{U_p}{U_a}-1\right)} \frac{\rho_p}{\rho_a} \operatorname{Re} \frac{r^2}{DW} \frac{2}{2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\frac{D}{2W}\right)}
\end{aligned}$$

式(24)，式(25)より総捕獲率 R_p はそれぞれの領域の捕獲率より式(26)で表される．

$$\begin{aligned}
R_p &= R_{pI} + R_{pII} \\
&= \frac{\rho_p}{\rho_a} \operatorname{Re} \frac{r^2}{DW} \left\{ \frac{\alpha'}{\left(2-\frac{D}{W}\right)\sqrt{L^2+W^2}-D} \frac{W}{\frac{L}{\sqrt{L^2+W^2}} \left(\frac{W^2}{L^2} + \frac{L^2}{W^2} \right)} + \frac{2\beta}{2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\frac{D}{2W}\right)} \right\} \quad (26)
\end{aligned}$$

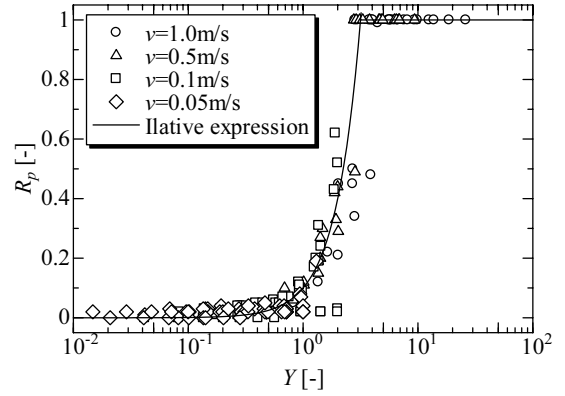


Fig. 15 Rate of caught particle

ここで， $\alpha'=1$ ， $\beta=1$ とし，式(26)より求めた Y を x 軸，数値計算より求めた捕獲率を y 軸としてプロットしたものが Fig. 15 である．管の間隔や流速に関係なく，式(27)の線上にプロットされることが分かる．以上のことから，捕獲率は式(27)で推定できることがわかった．

$$\begin{aligned}
R_p &= \min\left(\frac{YY^2}{10}, 1\right) \\
Y &= \frac{\rho_p}{\rho_a} \operatorname{Re} \frac{r^2}{DW} \left\{ \frac{1}{\left(2-\frac{D}{W}\right)\sqrt{L^2+W^2}-D} \frac{W}{\frac{L}{\sqrt{L^2+W^2}} \left(\frac{W^2}{L^2} + \frac{L^2}{W^2} \right)} + \frac{2}{2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\frac{D}{2W}\right)} \right\} \quad (27)
\end{aligned}$$

5. 結言

圧力損失は慣性力による損失と粘性力による損失により推定できることが分かった．また，捕獲率は，粒子のもつ運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの割合と流路に対する管の投影面積割合で推定できることが分かった．

参考文献

- [1] 井生幸人ら，「湿式集塵機」，特開平 11-290633
- [2] Knudsen, J. G. and Katz, D. L., Fluid Dynamics and Heat Transfer, (1958), 323
- [3] Biermann, D. and Herrnstein, W. H., NACA Tech. Rep. 468